MASALAH MINIMASI

Masalah maksimasi, biasanya memiliki kendala pertidaksamaan jenis ≤.
Masalah minimasi biasanya memiliki kendala pertidaksamaan jenis ≥.
Masalah minimasi menggunakan langkah-langkah yang sama seperti pada masalah maksimasi, tetapi ada beberapa penyesuaian yang harus dibuat.
Bagi kendala pertidaksamaan jenis ≤, maka *variabel slack* ditambahkan untuk menghabiskan sumber daya yang digunakan dalam kendala. Cara ini tidak dapat diterapkan pada kendala pertidaksamaan jenis ≥ dan kendala persamaan (=).

Contoh :

Minimumkan $Z = -3X_1 + X_2 + X_3$

dengan syarat :

$$\begin{aligned} X_1 - 2X_2 + X_3 &\le 11 \\ -4X_1 + X_2 + 2X_3 &\ge 3 \\ 2X_1 - X_3 &= -1 \\ X_1,\ X_2,\ X_3 &\ge 0 \end{aligned}$$

Persamaan pada kendala ke tiga harus dirubah agar memiliki nilai kanan positif dengan cara dikalikan (-1), sehingga menjadi :

$$-2X_1 + X_3 = 1$$

Persamaannya berubah menjadi :

Minimumkan $Z = -3X_1 + X_2 + X_3$

dengan syarat :

$$\begin{aligned} X_1 - 2X_2 + X_3 &\le 11 \\ -4X_1 + X_2 + 2X_3 &\ge 3 \\ -2X_1 + X_3 &= 1 \\ X_1,\ X_2,\ X_3 &\ge 0 \end{aligned}$$

Bentuk baku diperoleh dengan **menambahkan variabel slack** pada kendala pertama, **mengurangkan variabel surplus** pada kendala kedua. Sehingga diperoleh :

$$Z + 3X_1 - X_2 - X_3 - 0S_1 - 0S_2 = 0$$ → **Persamaan tujuan**

$$\begin{aligned} X_1 - 2X_2 + X_3 + S_1 &= 11 \\ -4X_1 + X_2 + 2X_3 - S_2 &= 3 \\ -2X_1 + X_3 &= 1 \end{aligned}$$ → **Persamaan kendala**

METODE SIMPLEX M (BIG – M)

Pada pendekatan ini, artifisial variabel dalam fungsi tujuan diberi suatu biaya sangat besar. Dalam praktek, huruf **M** digunakan sebagai biaya dalam masalah minimasi dan **–M** sebagai keuntungan dalam masalah maksimasi dengan asumsi bahwa **M** adalah ***suatu bilangan positif yang besar***.

Untuk mengarahkan artifisial variabel menjadi nol, suatu biaya yang besar ditempatkan pada A_1 dan A_2, sehingga fungsi tujuannya menjadi :

Minimumkan $Z = -3X_1 + X_2 + X_3 + 0S_1 + 0S_2 + MA_1 + MA_2$

Tabel simplex awal dibentuk dengan S_1 , A_1 dan A_2 sebagai variabel basis seperti pada tabel berikut :

basis	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	A_1	A_2	NK
Z	3-6M	-1+M	-1+3M	0	-M	0	0	4M
S_1	1	-2	1	1	0	0	0	11
A_1	-4	1	2	0	-1	1	0	3
A_2	-2	0	1	0	0	0	1	1

Koefisien persamaan Z dalam masalah minimasi lebih mudah diperoleh dengan menggunakan *Inner Product Rule*. Aturan ini juga berlaku untuk masalah maksimasi. ***Inner Product Rule*** itu adalah :

$C_j = (v)(v_j) - c_j$, dimana

keterangan :

C_j : koefisien variabel j pada persamaan Z
v : vektor baris koefisien fungsi tujuan variabel basis
v_j : vektor kolom elemen dibawah variabel j
c_j : koefisien variabel j pada fungsi tujuan

$$C_{X1} = [0\ M\ M]\begin{bmatrix}1\\-4\\-2\end{bmatrix} - (-3) = 3-6M$$

$$C_{X2} = [0\ M\ M]\begin{bmatrix}-2\\1\\0\end{bmatrix} - 1 = -1+M$$

$$C_{X3} = [0\ M\ M]\begin{bmatrix}3\\2\\1\end{bmatrix} - 1 = -1+3M$$

$$C_{S1} = [0\ M\ M]\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix} - 0 = 0$$

$$C_{S2} = [0\ M\ M]\begin{bmatrix}0\\-1\\0\end{bmatrix} - 0 = -M$$

$$C_{A1} = [0\ M\ M]\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix} - M = 0$$

$$C_{A2} = [0\ M\ M]\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix} - M = 0$$

$$C_{NK} = [0\ M\ M]\begin{bmatrix}11\\3\\1\end{bmatrix} - 0 = 4M$$

Tabel simplex awal

basis	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	A_1	A_2	NK	Rasio
Z	3-6M	-1+M	-1+3M	0	-M	0	0	4M	
S_1	1	-2	1	1	0	0	0	11	11 : 1 = 11
A_1	-4	1	2	0	-1	1	0	3	3 : 2 = 1.5
A_2	-2	0	1	0	0	0	1	1	**1 : 1 = 1**

Dengan menggunakan cara yang sama pada masalah maksimasi maka perlu dihitung ***new pivot equation*** untuk **A_2**, yang selanjutnya dengan memakai metode **Gauss Jordan** hitung nilai variabel basis yang lain.

Tabel simplex iterasi pertama

basis	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	A_1	A_2	NK	Rasio
Z	1	-1+M	0	0	-M	0	1-3M	1-M	
S_1	3	-2	0	1	0	0	-1	10	*
A_1	0	1	0	0	-1	1	-2	1	**1 : 1 = 1**
X_3	-2	0	1	0	0	0	1	1	*

Iterasi pertama belum menghasilkan solusi dasar layak karena **A_1** masih bernilai positif. Iterasi berikutnya menunjukkan bahwa **X_2** sebagai entering varabel dan **A_1** sebagai leaving variabel.

Tabel simplex iterasi kedua

basis	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	A_1	A_2	NK	Rasio
Z	1	0	0	0	1	1-M	1-M	2	
S_1	3	0	0	1	-2	2	-5	12	**12 : 3 = 4**
X_2	0	1	0	0	-1	1	-2	1	*
X_3	-2	0	1	0	0	0	1	1	*

X_2 dan **X_3** telah menjadi nol pada koefisien fungsi tujuan, sehingga iterasi kedua merupakan solusi dasar layak, tetapi ini bukan solusi optimal karena **X_1** masih bernilai positif yang dapat memperbaiki fungsi tujuan jika menggantikan **S_1** sebagai basis.

Tabel simplex iterasi ketiga (optimal)

basis	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	A_1	A_2	NK
Z	0	0	0	-1/3	-1/3	(1/3)-M	(2/3)-M	**- 2**
X_1	1	0	0	1/3	-2/3	2/3	-5/3	**4**
X_2	0	1	0	0	-1	1	-2	**1**
X_3	0	0	1	2/3	-4/3	4/3	-7/3	**9**

Iterasi ketiga adalah **optimal** karena koefisien pada persamaan Z semuanya non positif, dengan **X_1** = 4, **X_2** = 1 dan **X_3** = 9 sedangkan **Z** = -2.