

# Finite State Automata

## Pertemuan 2

Mahasiswa mampu menjelaskan arti, tujuan, definisi, dan Konsep Penerapan Finite State Automata

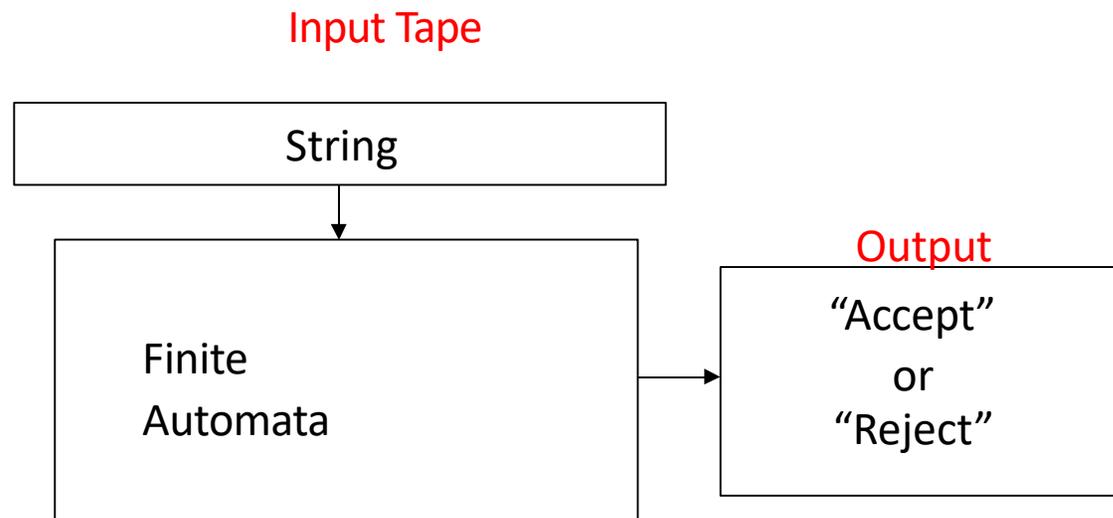
# Materi

- Penerapan Finite State Automata
- Deterministic Finite Automata
- Non Deterministic Finite Automata
- Ekuivalensi Antar Deterministic Finite Automata
- Reduksi Jumlah state pada Finite State Automata

## Penerapan Finite State Automata

Finite State Automata / otomata berhingga adalah suatu model matematika dari suatu mesin yang menerima input dan output diskrit. Finite State Automata merupakan mesin otomata dari bahasa regular. Suatu Finite State Automata memiliki state yang banyaknya berhingga, dan dapat berpindah-pindah dari suatu state ke state lain.

Contoh penerapan FSA yaitu pada mesin penterjemah bahasa

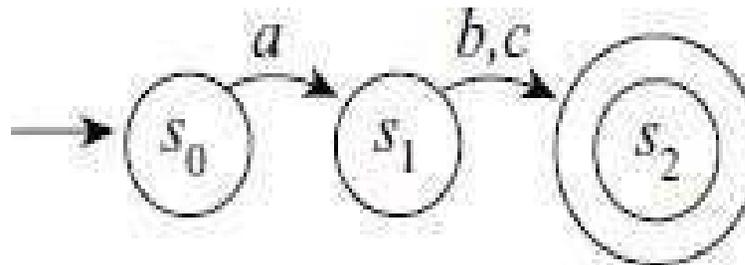


Gbr. Cara kerja FSA

# Mesin FSA

Mesin FSA digambarkan dalam bentuk lingkaran dan busur, yang menjelaskan :

1. Lingkaran menyatakan state/ kedudukan
2. Label pada lingkaran adalah sebuah nama state tersebut
3. Busur menyatakan transisi
4. Label pada busur menyatakan simbol input
5. Lingkaran didahului sebuah busur tanpa label menyatakan state awal
6. Lingkaran ganda menyatakan state akhir



# Finite State Automata ( FSA )

FSA terdiri dari 5 tupel :

$M=(Q, \Sigma, \delta, S, F)$  Dimana:

$Q$  = himpunan state / kedudukan

$\Sigma$  = himpunan simbol input/ masukan

$\delta$  = fungsi transisi

$S$  = state awal

$F$  = himpunan state akhir

FINITE STATE AUTOMATA ( FSA )

```
graph TD; A[FINITE STATE AUTOMATA ( FSA )] --> B[Deterministic Finite Automata (DFA)]; A --> C[Non-deterministic Finite Automata ( NFA )];
```

Deterministic Finite Automata  
(DFA )

Non- deterministic Finite Automata  
( NFA )

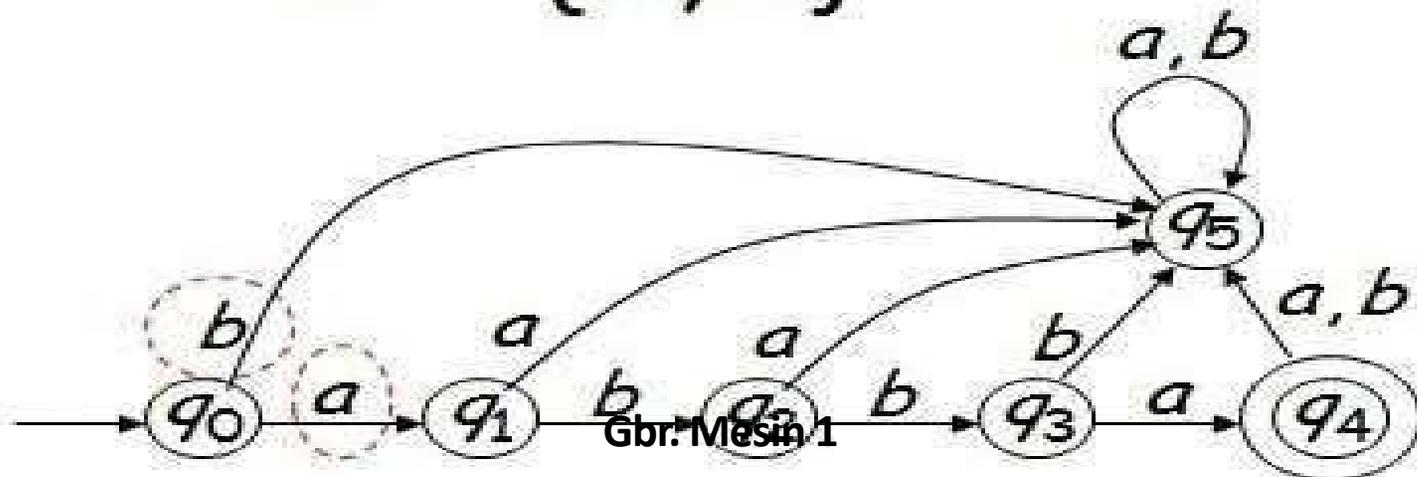
# Deterministic Finite Automata (DFA)

Deterministic Finite Automata adalah state tepat satu state berikutnya untuk symbol masukkan yang diterima.

Contoh :

Alphabet

$$\Sigma = \{a, b\}$$



untuk setiap state :

Terdapat sebuah transisi dan

Untuk setiap simbol dalam alphabet

# Deterministic Finite Automata (DFA)

5 tuple pada mesin 1 :

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$

$\Sigma = \{a, b\}$

$S = q_0$

$F = \{q_5\}$

$\delta$	a	b
q0	q1	q5
q1	q5	q2
q2	q5	q3
q3	q4	q5
q4	q5	q5
q5	q5	q5

Apakah string “abba” dan “aba” dapat diterima oleh mesin1 ?

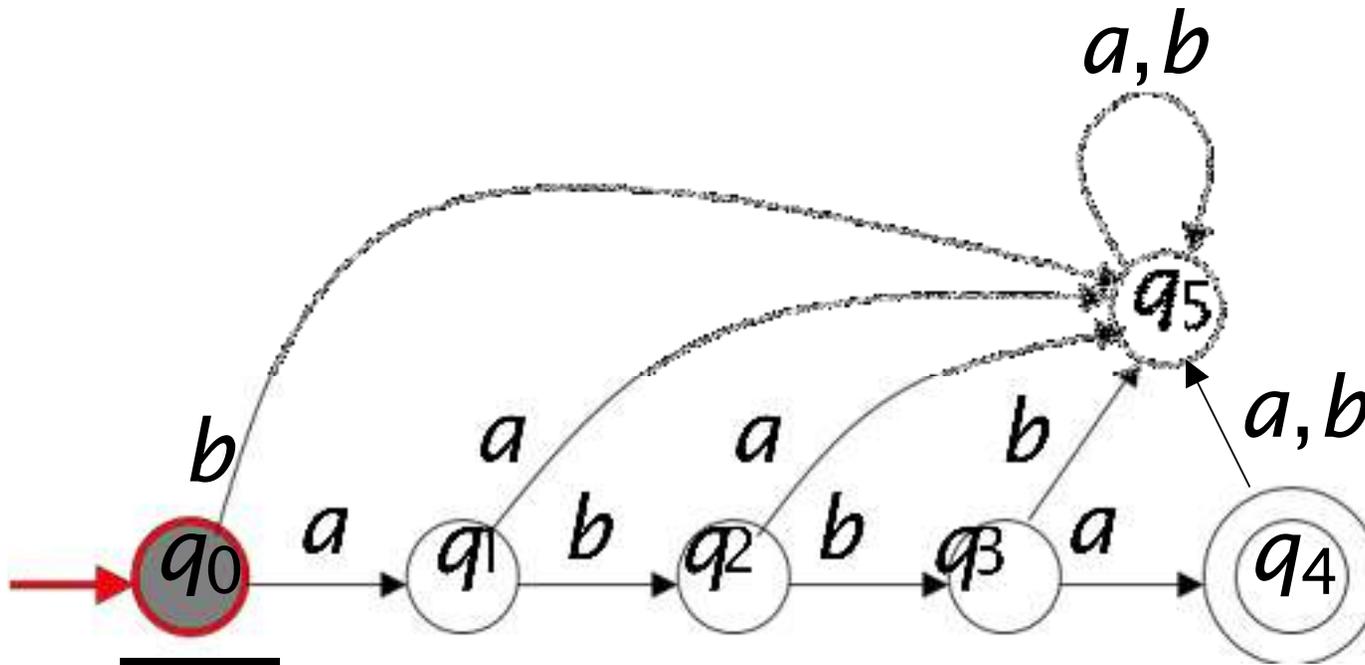
# Konfigurasi awal

head

Input Tipe

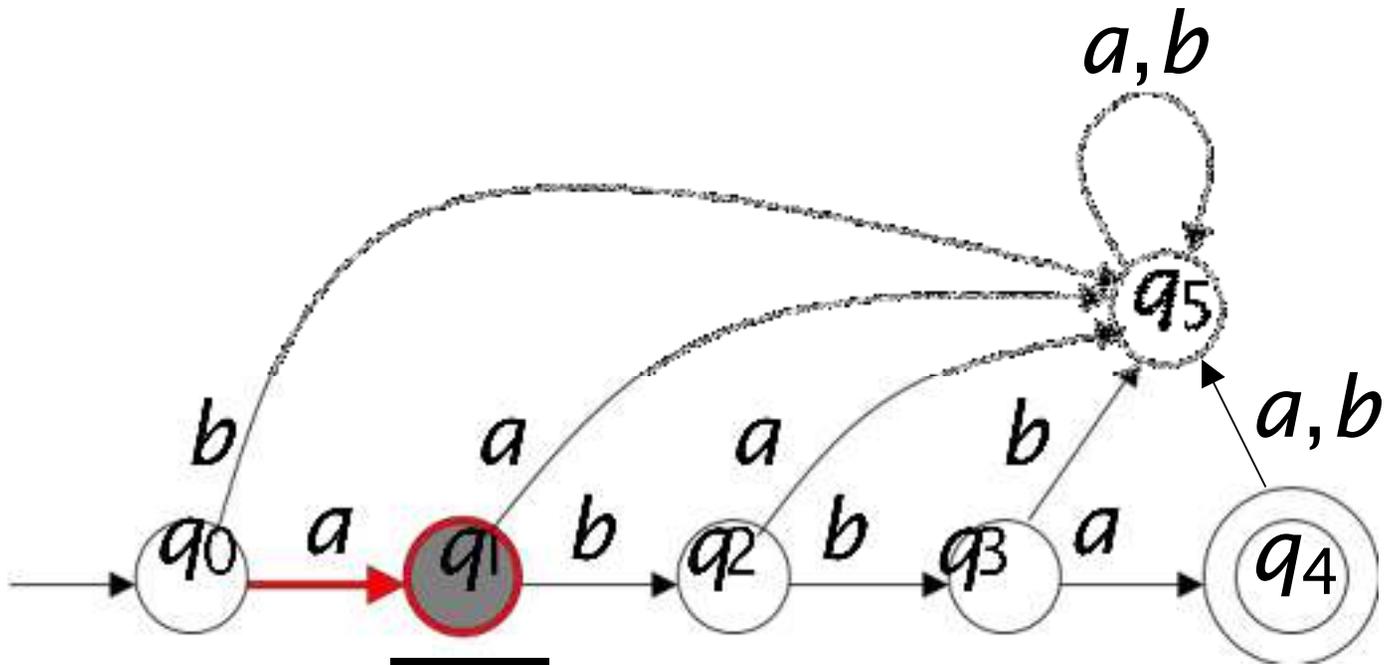


Input String

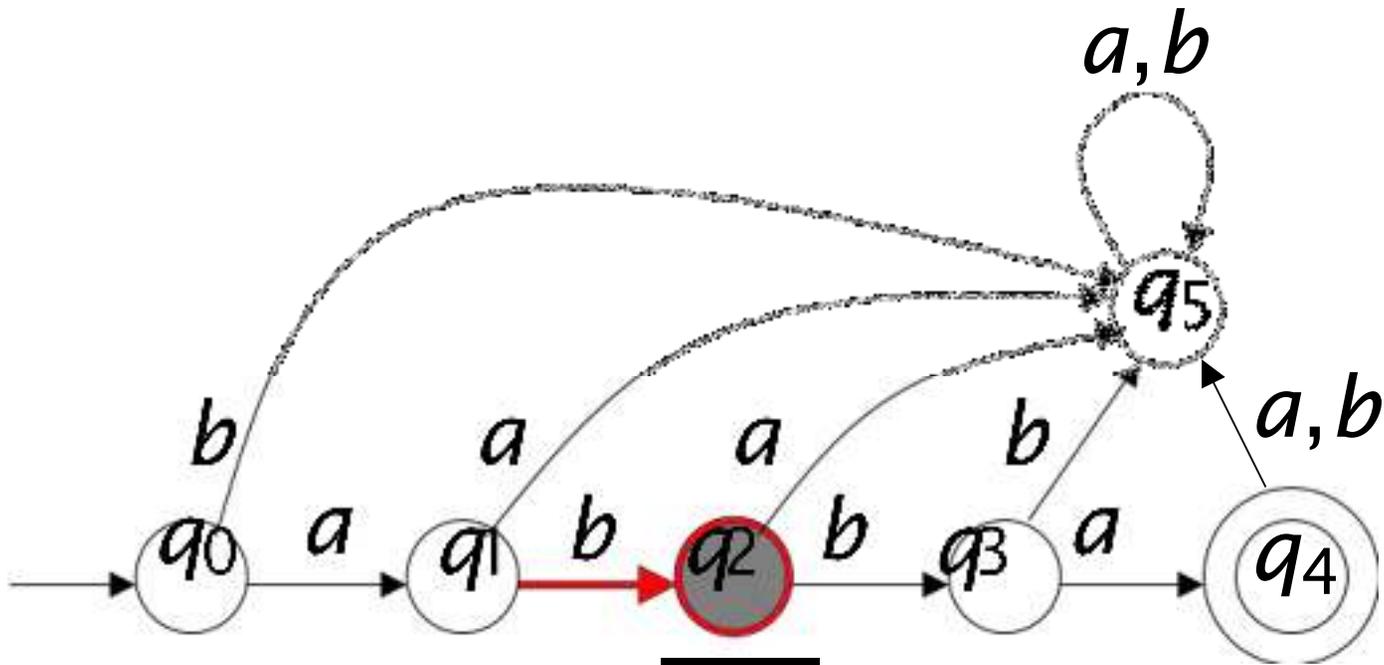


Initial state

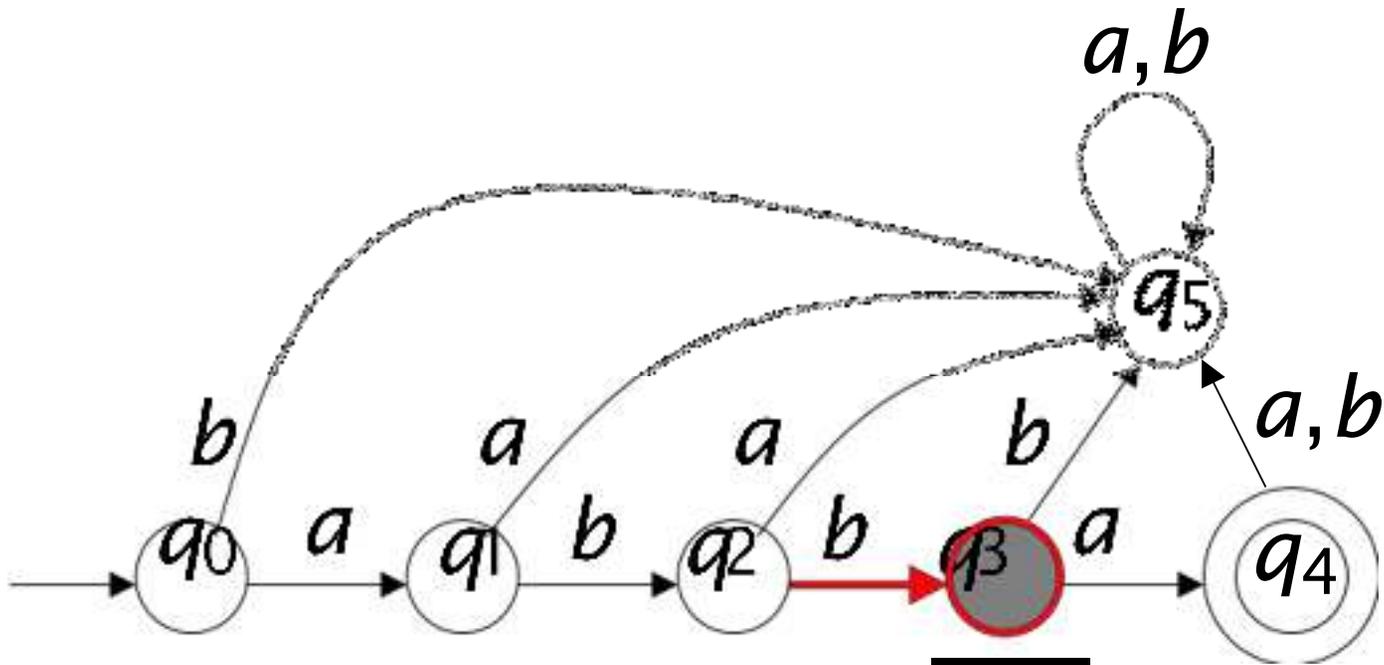
# Scanning the Input a



# Scanning the Input b

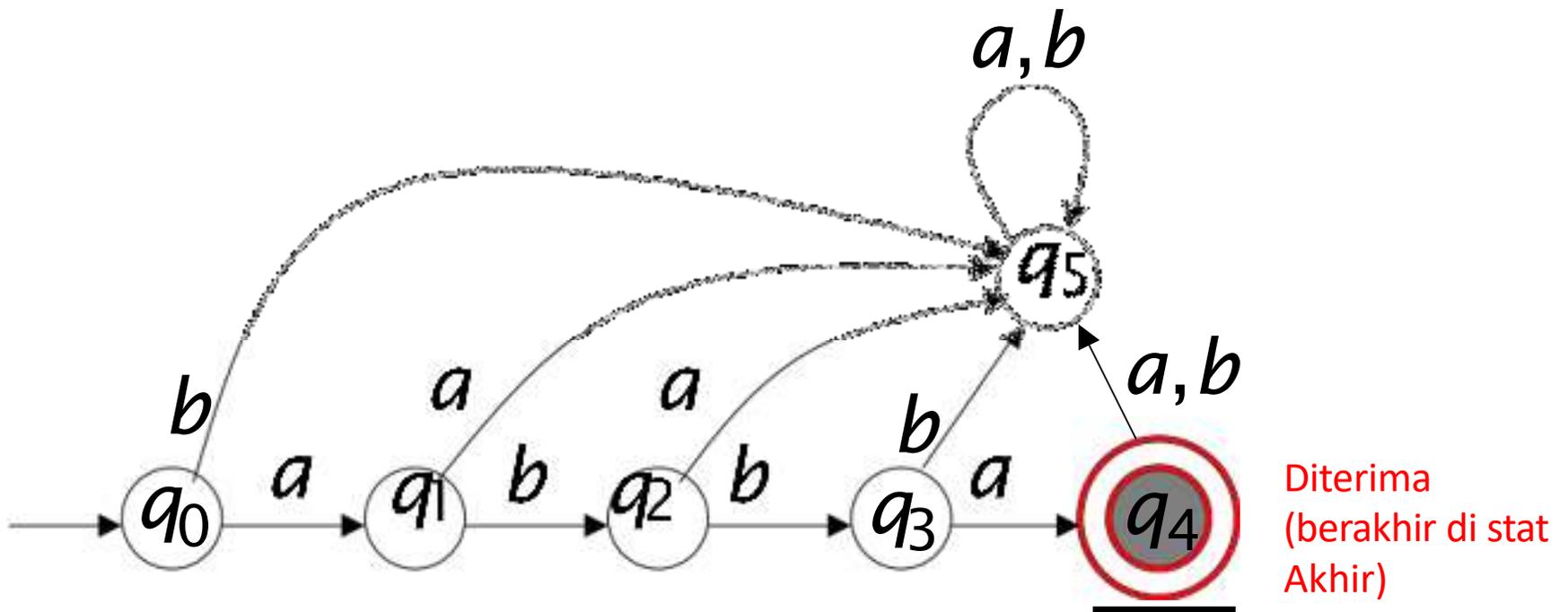
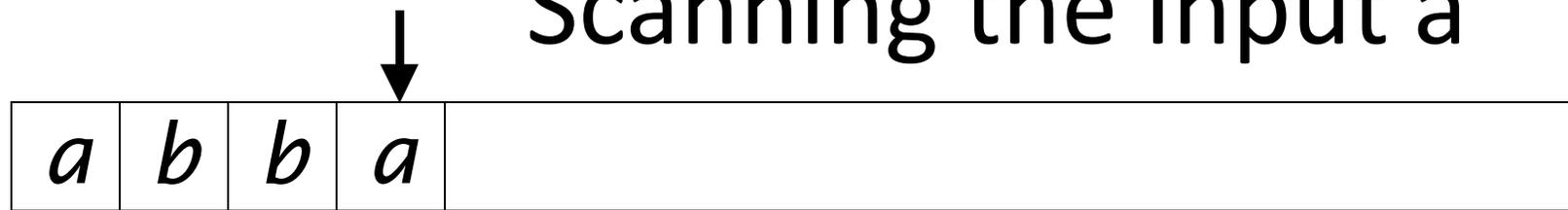


Scanning the Input b



Input finished

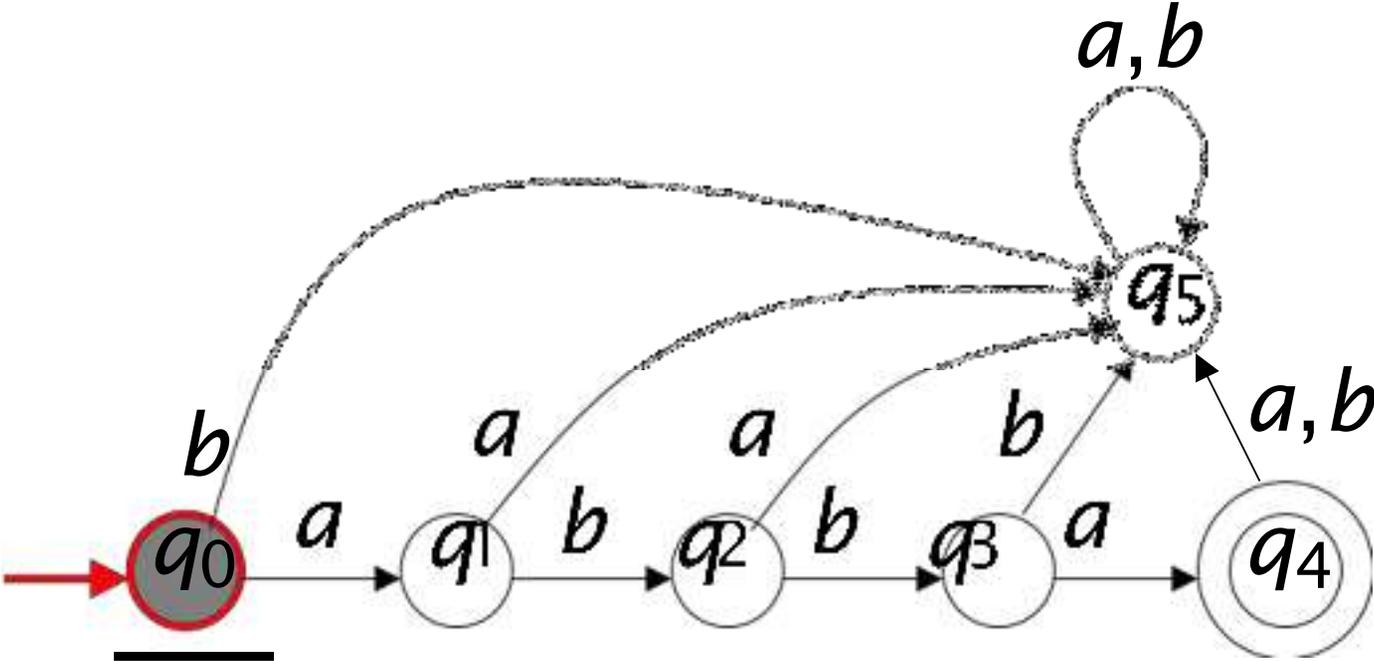
# Scanning the Input a



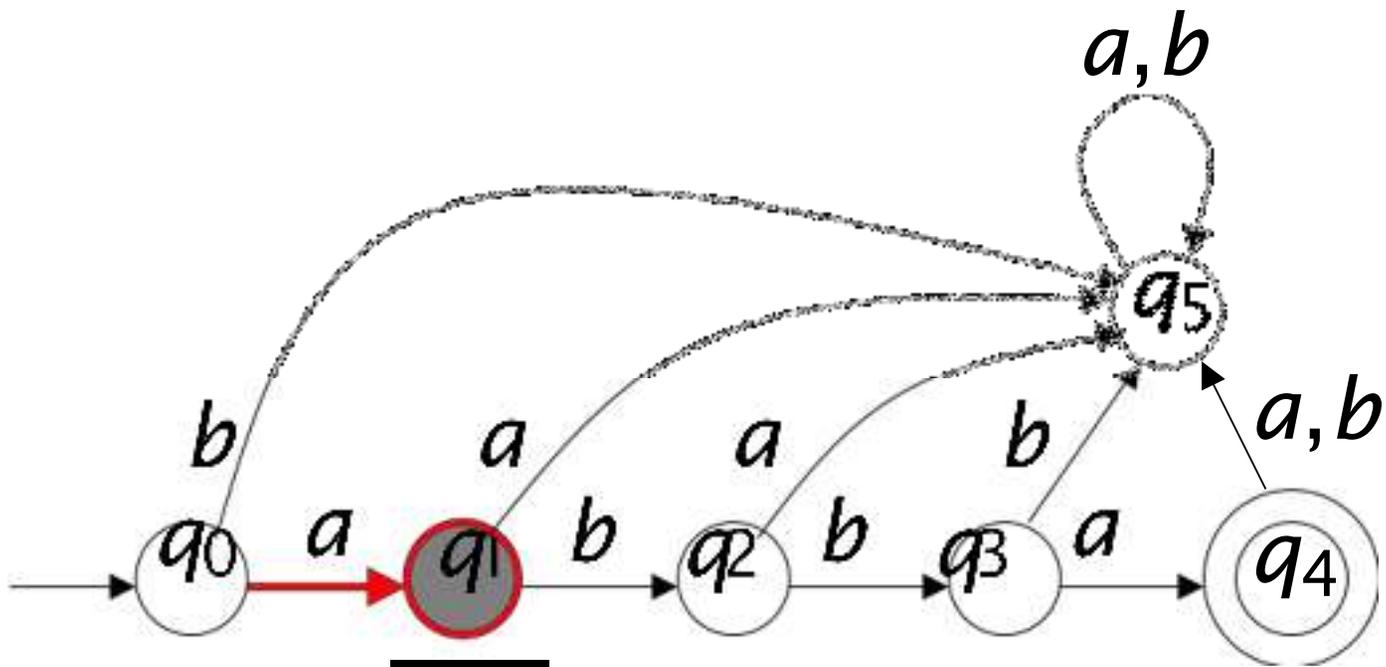
A Rejection Case



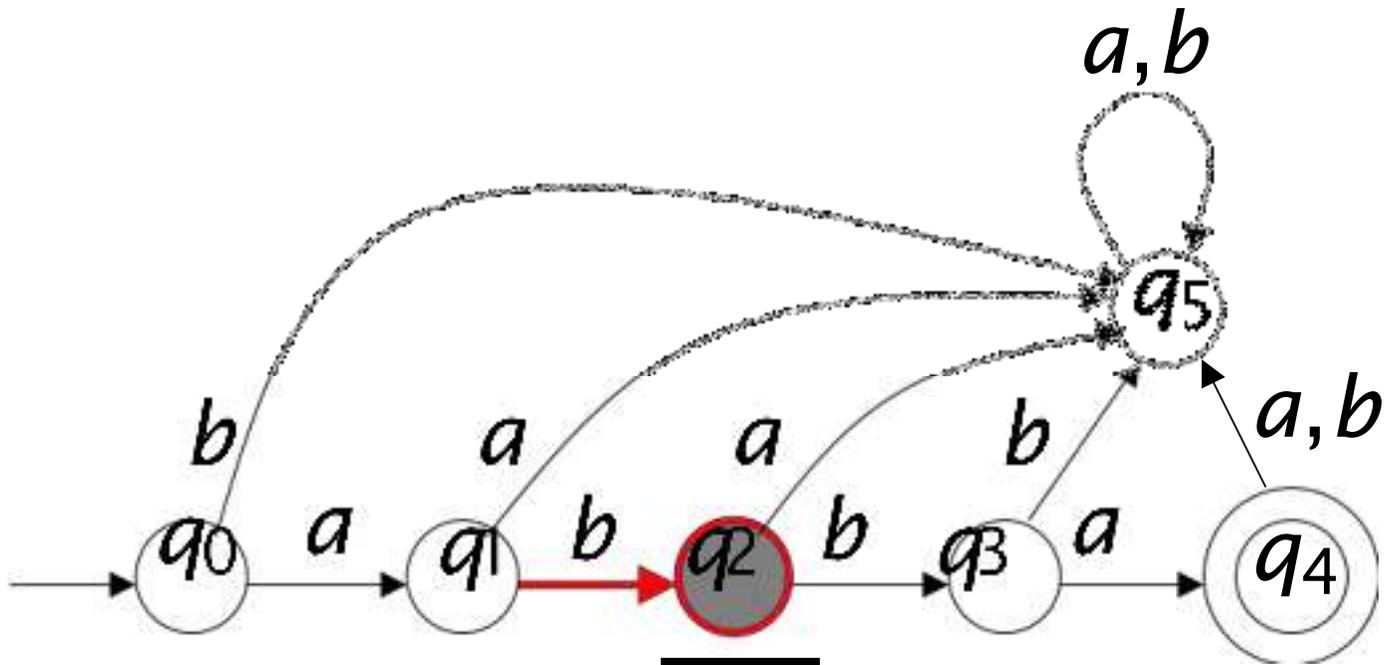
Input String



# Scanning the Input a

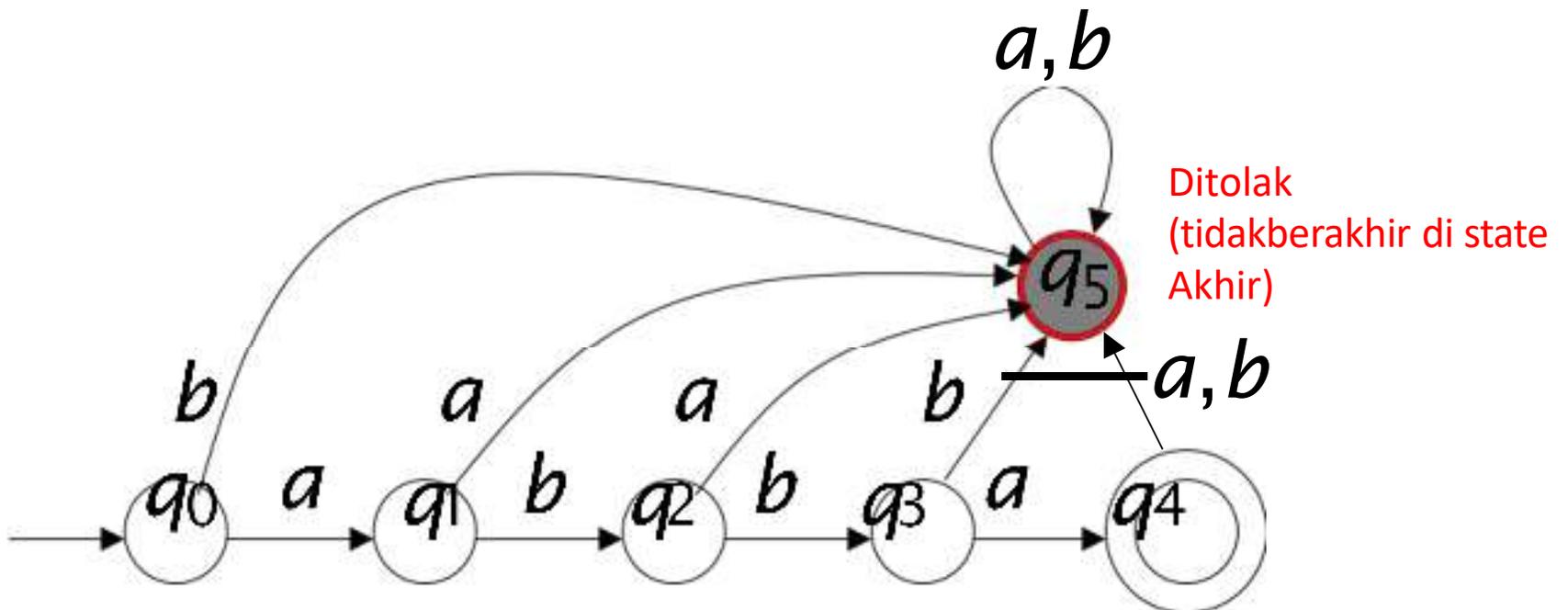


# Scanning the Input b



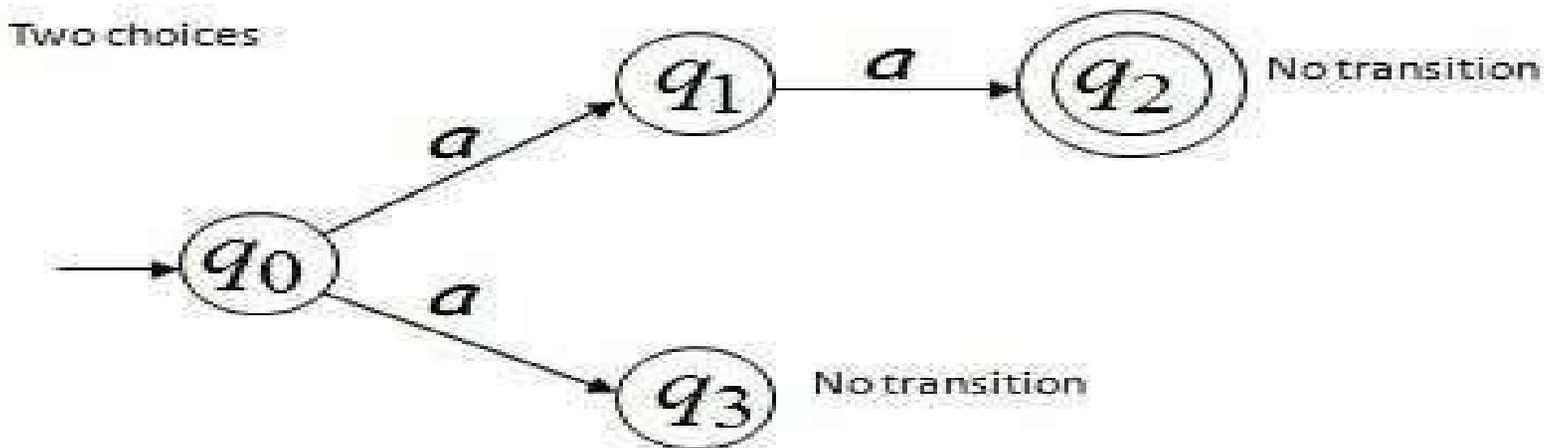
Input finished

# Scanning the Input a



## Non Deterministic Finite Automata (NFA)

Non Deterministic Finite Automata adalah suatu state bias terdapat 0,1 atau lebih busur keluar ( transisi ) berlabel symbol input yang sama.



Tidak setiap state memiliki transisi

Gbr. Mesin 2

# Non Deterministic Finite State Automata (NFA)

5 tuple pada mesin 1 :

$$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$$

$$\Sigma = \{a\}$$

$$S = q_0$$

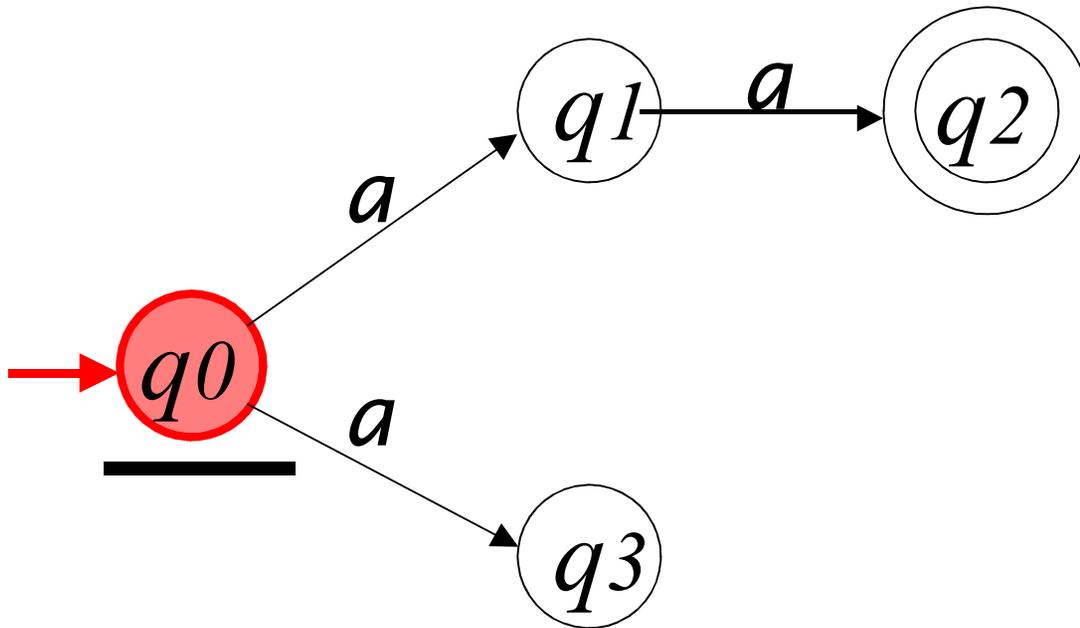
$$F = \{q_2\}$$

	$\delta$	a
q0		{q1, q3}
q1		{q2}
q2		{ $\emptyset$ }
q3		{ $\emptyset$ }

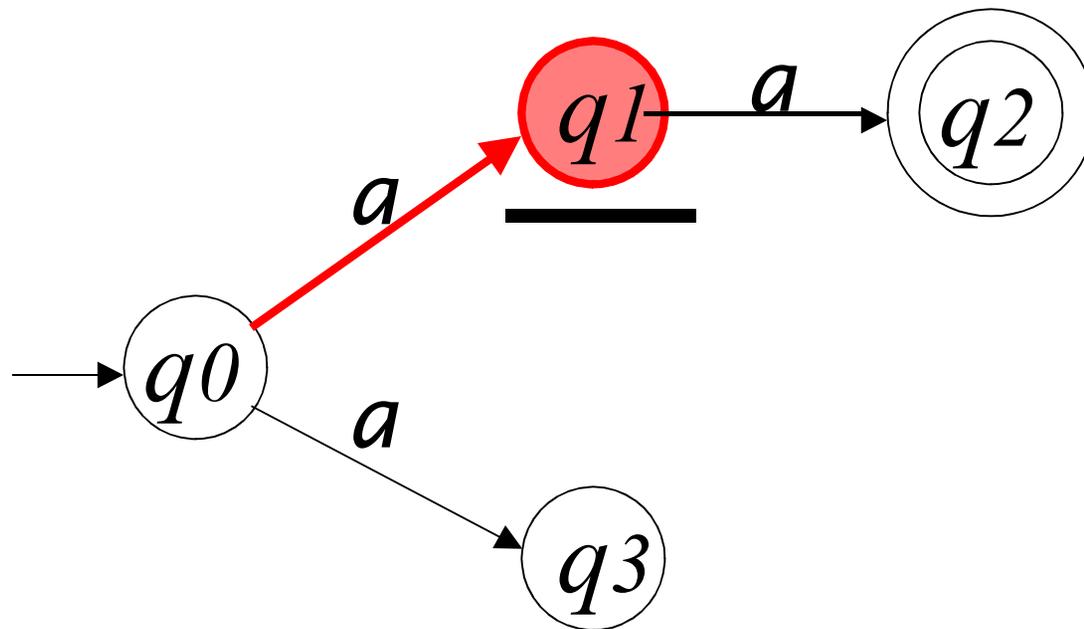
Apakah string "aa" dapat diterima oleh mesin2 ?

Terdapat 2 pilihan yaitu :

# 1. Pilihan pertama



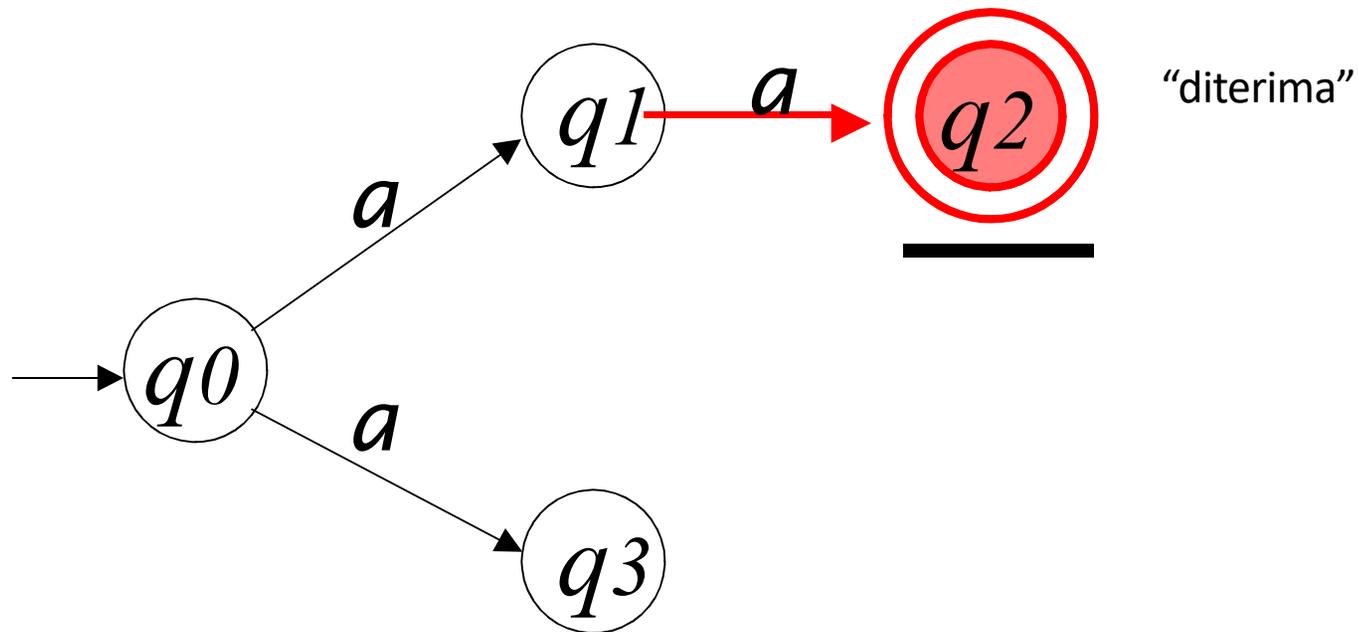
# 1. Pilihan pertama



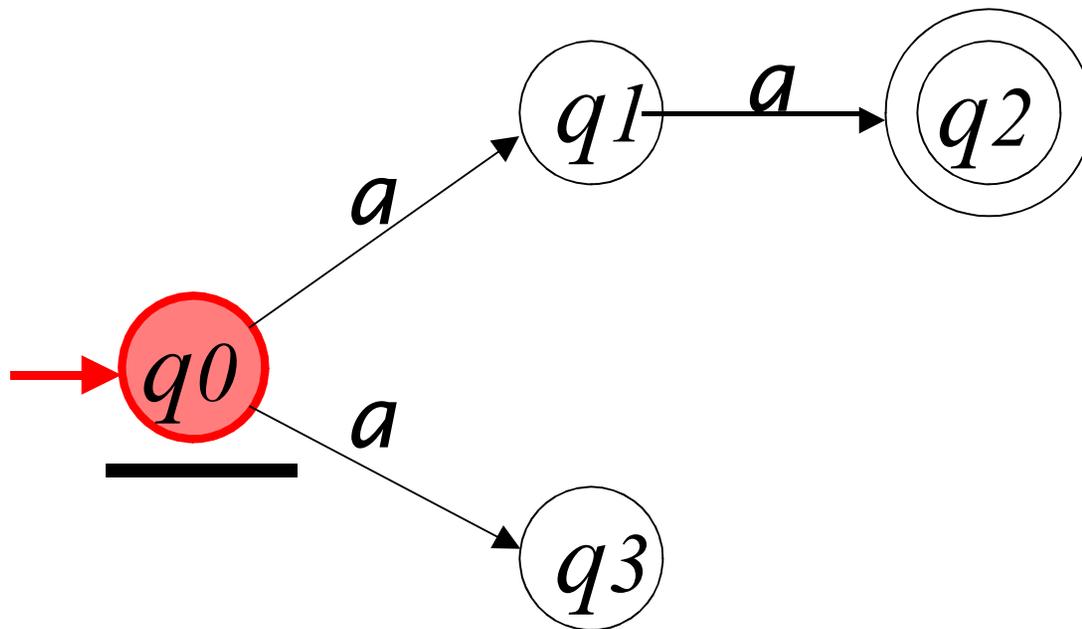
# 1. Pilihan pertama



All input is consumed



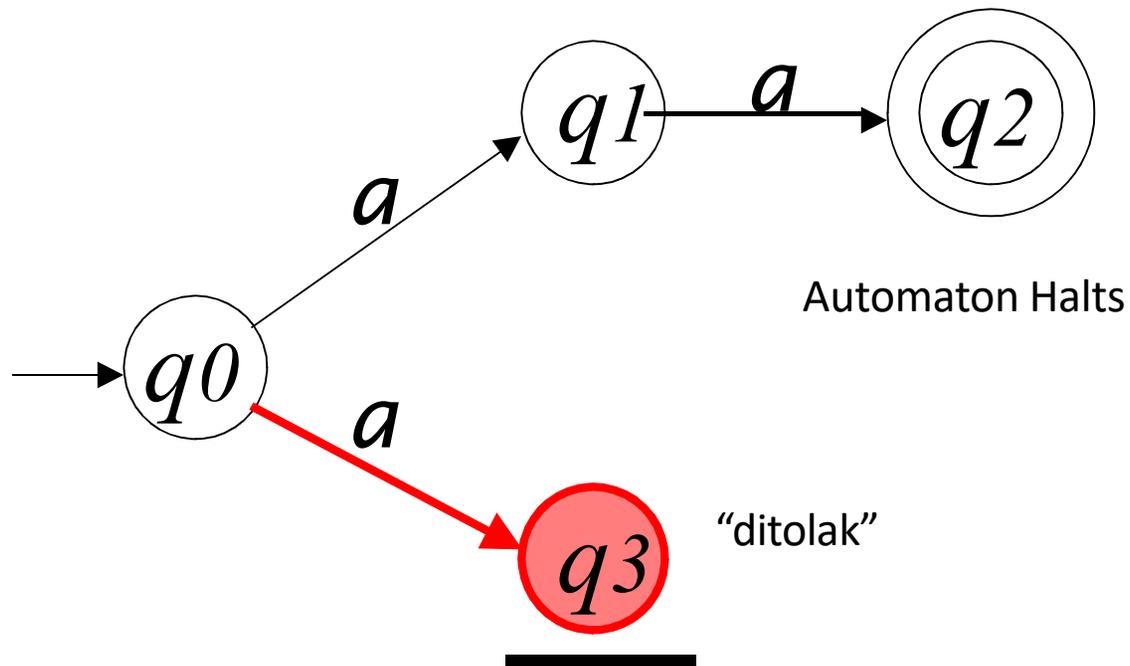
## 2. Pilihan ke dua



# Pilihan ke dua



Input cannot be consumed



# Reduksi Jumlah *State* Pada FSA

*Pasangan State* dapat dikelompokkan berdasarkan:

- ***Distinguishable State*** (dapat dibedakan)

Dua *state* p dan q dari suatu DFA dikatakan *indistinguishable* apabila:

$\delta(q,w) \in F$  dan  $\delta(p,w) \in F$  atau  $\delta(q,w) \notin F$  dan  $\delta(p,w) \notin F$   
untuk semua  $w \in S^*$

- ***Indistinguishable State*** ( tidak dapat dibedakan)

Dua *state* p dan q dari suatu DFA dikatakan *distinguishable* jika ada string  $w \in S^*$  hingga:

$\delta(q,w) \in F$  dan  $\delta(p,w) \notin F$

# Reduksi Jumlah *State* Pada FSA - Relasi

Pasangan dua buah state memiliki salah satu kemungkinan : distinguishable atau indistinguishable tetapi tidak kedua-duanya. Dalam hal ini terdapat sebuah relasi :

Jika  $p$  dan  $q$  indistinguishable,  
dan  $q$  dan  $r$  indistinguishable  
maka  $p, r$  indistinguishable dan  
 $p, q, r$  indistinguishable

Dalam melakukan evaluasi state, didefinisikan suatu relasi : Untuk  $Q$  yg merupakan himpunan semua state

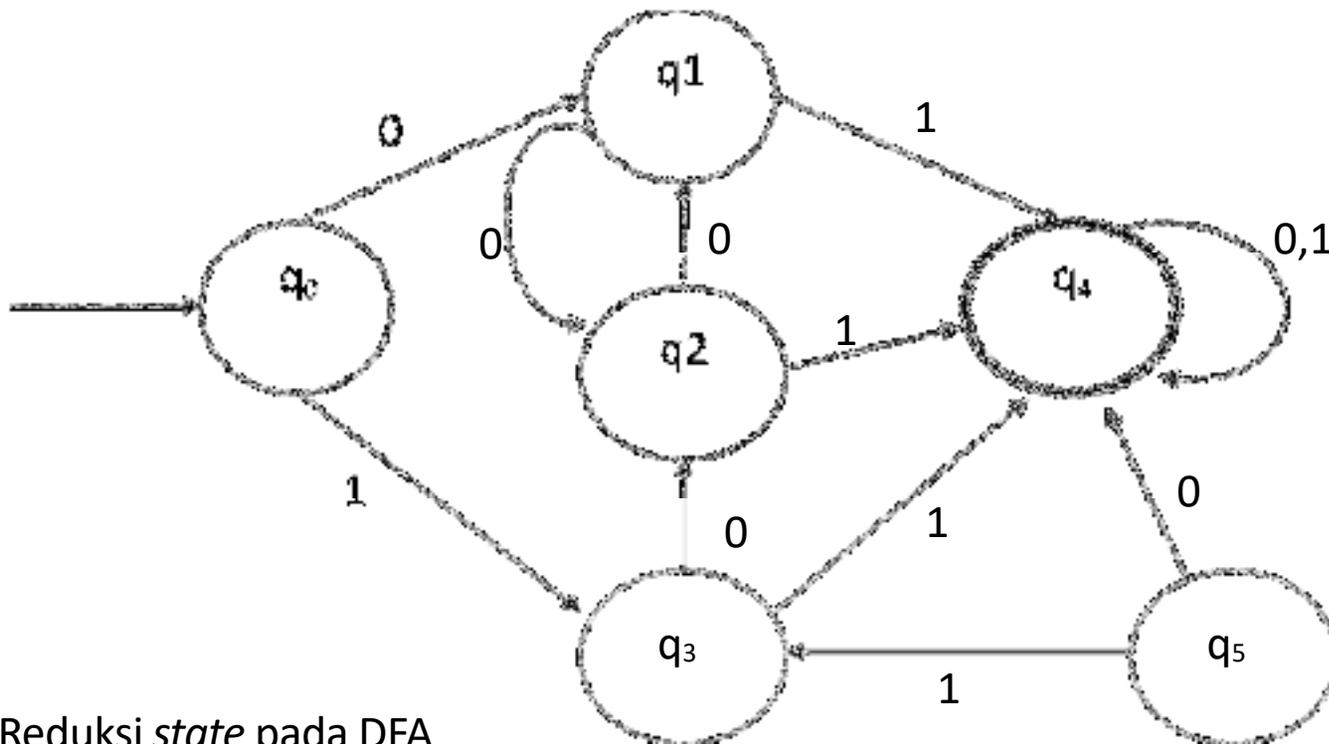
- $D$  adalah himpunan state-state distinguishable, dimana  $D \subset Q$
- $N$  adalah himpunan state-state indistinguishable, dimana  $N \subset Q$
- maka  $x \in N$  jika  $x \in Q$  dan  $x \notin D$

# Reduksi Jumlah *State* Pada FSA – Step

- Hapuslah semua state yg tidak dapat dicapai dari state awal (*useless state*)
- Buatlah semua pasangan state  $(p, q)$  yang *distinguishable*, dimana  $p \in F$  dan  $q \notin F$ . Catat semua pasangan-pasangan *state* tersebut.
- Cari *state* lain yang *distinguishable* dengan aturan:
  - “Untuk semua  $(p, q)$  dan semua  $a \in \Sigma$ , hitunglah  $\delta(p, a) = p_a$  dan  $\delta(q, a) = q_a$ . Jika pasangan  $(p_a, q_a)$  adalah pasangan *state* yang *distinguishable* maka pasangan  $(p, q)$  juga termasuk pasangan yang *distinguishable*.”
- Semua pasangan *state* yang tidak termasuk sebagai *state* yang *distinguishable* merupakan *state-state indistinguishable*.
- Beberapa *state* yang *indistinguishable* dapat digabungkan menjadi satu *state*.
- Sesuaikan transisi dari *state-state* gabungan tersebut.

# Reduksi Jumlah *State* Pada FSA – Contoh

Sebuah Mesin DFA

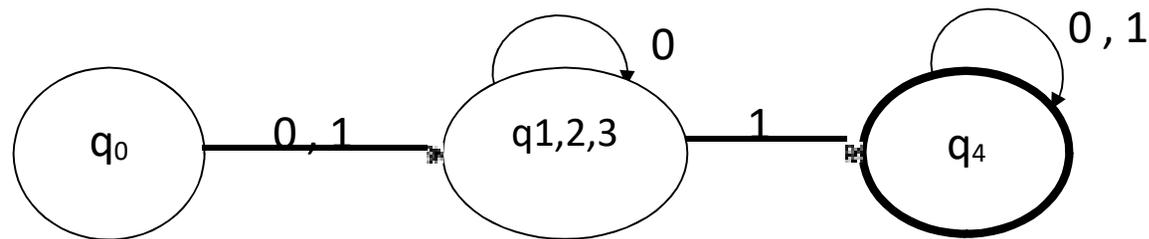


Lakukan Reduksi *state* pada DFA diatas?



# Reduksi Jumlah *State* Pada FSA – Step

- Setelah diperiksa semua pasangan *state* maka terdapat *state-state* yang *distinguishable* :  $(q_0, q_1)$ ,  $(q_0, q_2)$ ,  $(q_0, q_3)$ ,  $(q_0, q_4)$ ,  $(q_1, q_4)$ ,  $(q_2, q_4)$ ,  $(q_3, q_4)$   
Karena berdasarkan relasi-relasi yang ada, tidak dapat dibuktikan  $(q_1, q_2)$ ,  $(q_1, q_3)$  dan  $(q_2, q_3)$  *distinguishable*, sehingga disimpulkan pasangan-pasangan *state* tersebut *indistinguishable*.
- Karena  $q_1$  *indistinguishable* dengan  $q_2$ ,  $q_2$  *indistinguishable* dengan  $q_3$ , maka dapat disimpulkan  $q_1, q_2, q_3$  saling *indistinguishable* dan dapat dijadikan satu *state*.
- Berdasarkan hasil diatas maka hasil dari DFA yang direduksi menjadi:



# Kesimpulan reduksi

Pasangan distinguishable  $(q_0, q_4)$ ,  $(q_1, q_4)$ ,  $(q_2, q_4)$ ,  $(q_3, q_4)$ .

Pasangan sisanya  $(q_0, q_1)$ ,  $(q_0, q_2)$ ,  $(q_0, q_3)$ ,  $(q_1, q_2)$ ,  $(q_1, q_3)$ ,  $(q_2, q_3)$

pasangan	state 1		state 2		hasil
	0	1	0	1	
$(q_0, q_1)$	q1	q3	q2	q4	distinguishable
$(q_0, q_2)$	q1	q3	q1	q4	distinguishable
$(q_1, q_2)$	q2	q4	q1	q4	indistinguishable
$(q_0, q_3)$	q1	q3	q2	q4	distinguishable
$(q_1, q_3)$	q2	q4	q2	q4	indistinguishable
$(q_2, q_3)$	q1	q4	q2	q4	indistinguishable