

Pohon penurunan dan Penyederhanaan Tata Bahasa Bebas Konteks

Mahasiswa mampu menerapkan pohon penurunan dan konsep Penyederhanaan Tata Bahasa Bebas Konteks

Materi

- Pengertian Tata Bahasa Bebas Konteks
- Penerapan Tata Bahasa Bebas Konteks dengan pohon penurunan
- Penyederhanaan Tata Bahasa Bebas Konteks dengan Penghilangan Produksi Useless, Penghilangan Produksi Unit dan Penghilangan Produksi ϵ (empty)

Pengertian Tata Bahasa Bebas Konteks

Sebuah grammar dikatakan context free **jika** semua sisi kirinya hanya terdiri dari satu simbol non-terminal (Variabel), dan sisi kanan setidaknya terdiri dari satu simbol terminal.
Pada Aturan Produksi :

$$\alpha \rightarrow \beta$$

Contoh $B \rightarrow CDeFg$

$D \rightarrow BcDe$

Tata Bahasa Bebas Konteks (CFG) digunakan sebagai cara untuk menunjukkan bagaimana menghasilkan utai- utai dalam sebuah Bahasa.

Pada saat menurunkan utai, symbol – symbol variable akan mewakili bagian – bagian yang diturunkan dari utai tersebut.

Bahasa bebas konteks menjadi dasar dalam membentuk parser/ proses analisis sintaksis.

PENERAPAN TATA BAHASA BEBAS KONTEKS DENGAN POHON PENURUNAN

Pohon Penurunan (Derivation Tree)

Pohon penurunan (derivation tree / parse tree) berguna untuk menggambarkan bagaimana memperoleh suatu string (untai) dengan cara menurunkan simbol- simbol variabel menjadi simbol-simbol terminal. Setiap simbol variabel akan diturunkan menjadi terminal sampai tidak ada yang belum tergantikan.

Contoh

Misalkan terdapat tata bahasa bebas konteks dengan aturan produksi :

$$S \rightarrow AB$$

$$A \rightarrow aA \mid a$$

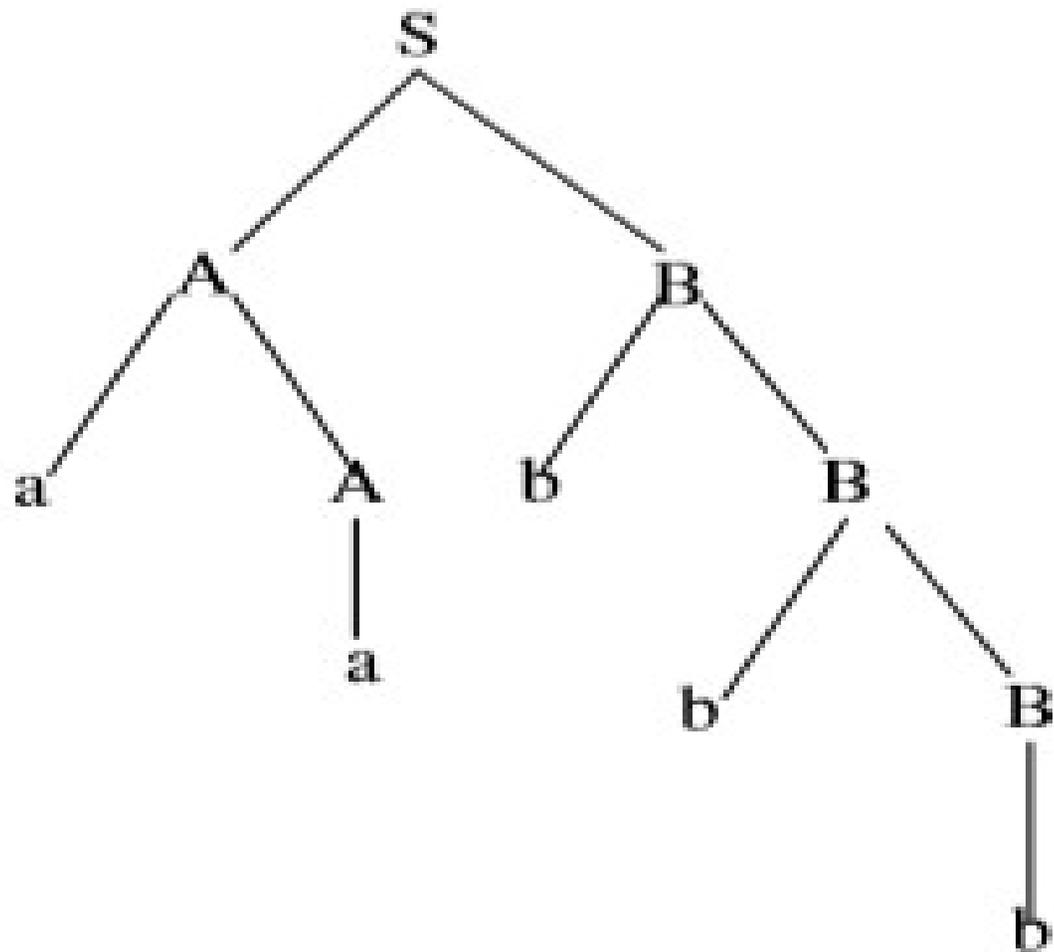
$$B \rightarrow bB \mid b$$

gambarkan pohon penurunan untuk memperoleh untai : "aabbb"

$S \rightarrow AB$

$A \rightarrow aA \mid a$

$B \rightarrow bB \mid b$



Proses Penurunan (*PARSING*)

Proses penurunan dapat dilakukan dengan cara :

A. Penurunan Terkiri (Leftmost Derivatioan)

Penurunan terkiri dilakukan dengan cara menurunkan symbol variable terkiri terlebih dahulu

B. Penurunan Terkanan (Rightmost Derivation)

Penurunan terkiri dilakukan dengan cara menurunkan symbol variable terkanan terlebih dahulu

Contoh :

$$S \rightarrow aAS \mid a$$

$$A \rightarrow SbA \mid ba$$

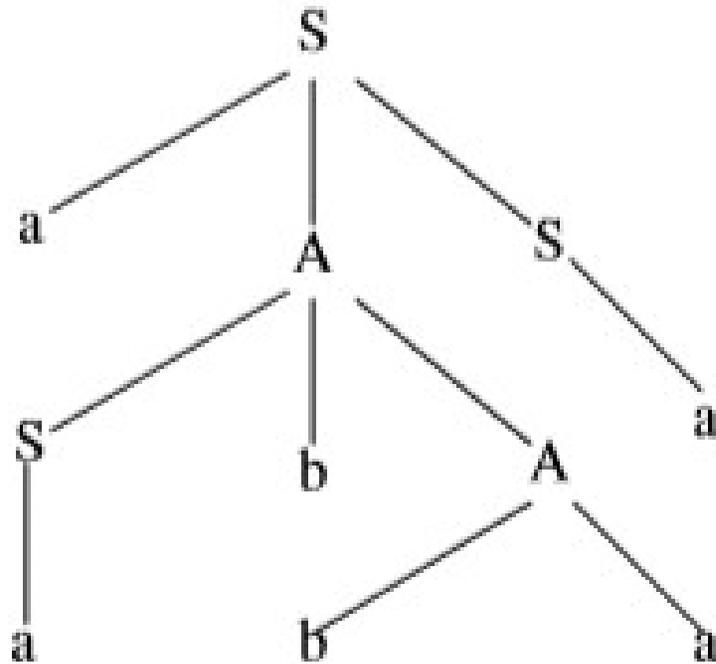
untuk memperoleh untai "aabbaa"

Penurunan terkiri: $S \Rightarrow aAS \Rightarrow aSbAS \Rightarrow aabAS \Rightarrow aabbaS \Rightarrow aabbaa$

Penurunan terkanan : $S \Rightarrow aAS \Rightarrow aAa \Rightarrow aSbAa \Rightarrow aAbbaa \Rightarrow aabbaa$

Penurunan ter kiri: $S \Rightarrow aAS \Rightarrow aSbAS \Rightarrow aabAS \Rightarrow aabbaS \Rightarrow aabbaa$

Penurunan ter kanan : $S \Rightarrow aAS \Rightarrow aAa \Rightarrow aSbAa \Rightarrow aAbbaa \Rightarrow aabbaa$



Pohon Penurunan untuk untaian “ aabbaa”

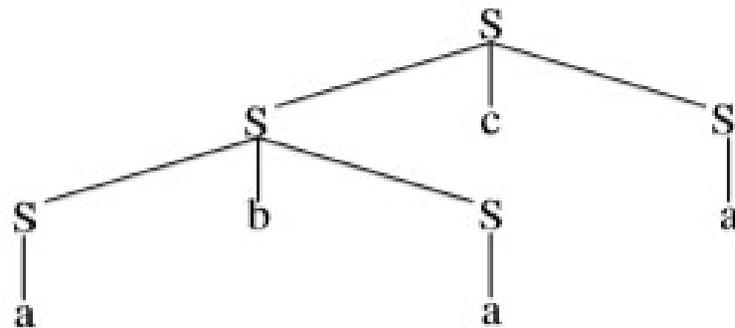
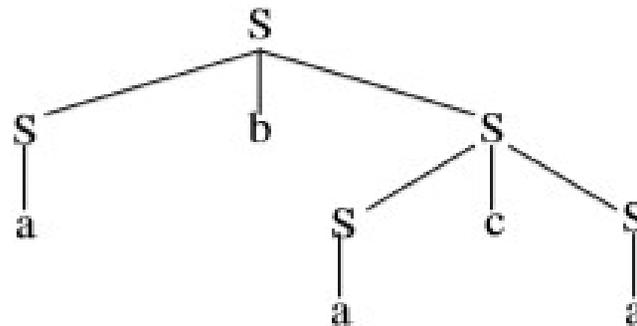
Ambiguitas

Jika dari aturan produksi tata Bahasa bebas konteks terdapat lebih dari satu cara membuat pohon penurunan untuk memperoleh untai.

Contoh :

$S \rightarrow SbS \mid ScS \mid a$

Kita dapat memperoleh untai "abaca" dalam dua cara berikut ini.



Penyederhanaan Tata Bahasa Bebas

Dapat dilakukan dengan :

- a. Penghilangan Produksi ϵ (empty)

produksi ϵ (empty) : $\alpha \rightarrow \epsilon$

contoh : $A \rightarrow \epsilon$

- b. Penghilangan Produksi Unit

Produksi Unit : $\alpha \rightarrow \beta$

contoh : $A \rightarrow B$

- c. Penghilangan Produksi Useless

contoh : $A \rightarrow Ba \mid c$

$B \rightarrow b$

$C \rightarrow a$ (produksi ini tidak digunakan maka dihilangkan)

PENYEDERHANAAN TATA BAHASA BEBAS KONTEKS

- Penyederhanaan tata bahasa bebas konteks bertujuan untuk melakukan pembatasan sehingga tidak menghasilkan pohon penurunan yang memiliki kerumitan yang tak perlu atau aturan produksi yang tidak berarti. Misalkan terdapat tata bahasa bebas konteks :

$$S \rightarrow AB \mid a$$

$$A \rightarrow a$$

- Kelemahan tata bahasa bebas konteks di atas, aturan produksi $S \rightarrow AB$ tidak berarti karena B tidak memiliki penurunan.

PENYEDERHANAAN TATA BAHASA BEBAS KONTEKS

- Untuk tata bahasa bebas konteks berikut.

$S \rightarrow A$

$A \rightarrow B$

$B \rightarrow C$

$C \rightarrow D$

$D \rightarrow a \mid A$

Memiliki kelemahan terlalu panjang jalannya padahal berujung pada $S \rightarrow a$, produksi $D \rightarrow A$ juga memiliki kerumitan.

LANGKAH – LANGKAH PENYEDERHANAAN

- Suatu tata bahasa bebas konteks dapat disederhanakan dengan melakukan cara berikut ini.
 1. Penghilangan produksi *useless (tidak berguna)*
 2. Penghilangan produksi unit.
 3. Penghilangan produksi ϵ

Penghilangan Produksi Useless

- **Penghilangan Produksi Useless**

Penghilangan produksi *useless* dilakukan dengan cara sebagai berikut.

1. Menghilangkan produksi yang memuat simbol variabel yang tidak memiliki penurunan yang akan menghasilkan simbol terminal.
2. Produksi yang tidak akan pernah dicapai dengan penurunan apapun dari simbol awal sehingga produksi itu redundan (berlebih).

Penghilangan Produksi Useless

- Contoh, terdapat tata bahasa bebas konteks :

$S \rightarrow aSa \mid Abd \mid Bde$

$A \rightarrow Ada$

$B \rightarrow BBB \mid a$

Kita bisa melihat bahwa :

1. Simbol variabel A tidak memiliki penurunan yang menuju terminal, sehingga bisa dihilangkan.
2. Karena simbol A telah dihilangkan, maka dengan sendirinya $S \rightarrow Abd$ juga dihilangkan.

Penghilangan Produksi Useless

- Maka dari tata bahasa bebas konteks di atas, produksi yang *useless* :

$A \rightarrow Ada$

$S \rightarrow Abd$

Maka tata bahasa bebas konteks setelah disederhanakan menjadi :

$S \rightarrow aSa \mid Bde$

$B \rightarrow BBB \mid a$

Penghilangan Produksi Useless

- Contoh lain, terdapat tata bahasa bebas konteks sebagai berikut.

$S \rightarrow Aa \mid B$

$A \rightarrow ab \mid D$

$B \rightarrow b \mid E$

$C \rightarrow bb$

$E \rightarrow aEa$

Penghilangan Produksi Useless

- Kita bisa melihat bahwa :
 1. Aturan produksi $A \rightarrow D$, simbol variabel D tidak memiliki penurunan, sehingga bisa dihilangkan
 2. Aturan produksi $C \rightarrow bb$, bila kita coba melakukan penurunan dari simbol awal S , dengan jalan manapun tidak akan pernah mencapai C , sehingga bisa dihilangkan.
 3. Simbol variabel E tidak memiliki aturan produksi yang menuju terminal, sehingga bisa dihilangkan.
 4. Konsekuensi dari aturan no. 3 maka aturan produksi $B \rightarrow E$, juga mesti dihilangkan.

Penghilangan Produksi Useless

- Maka dari tata bahasa bebas konteks tersebut produksi yang *useless* adalah *sebagai* berikut.

$A \rightarrow D$

$C \rightarrow bb$

$E \rightarrow aEa$

$B \rightarrow E$

Penghilangan Produksi Useless

- Maka tata bahasa bebas konteks setelah disederhanakan menjadi :

$S \rightarrow Aa \mid B$

$A \rightarrow ab$

$B \rightarrow b$

Penghilangan Produksi Useless

- Contoh lain, terdapat tata bahasa bebas konteks berikut.

$S \rightarrow aAb \mid cEB$

$A \rightarrow dBE \mid eeC$

$B \rightarrow ff$

$C \rightarrow ae$

$D \rightarrow h$

Penghilangan Produksi Useless

- Kita bisa melihat bahwa :
 1. $S \rightarrow cEB$, E tidak memiliki penurunan, sehingga bisa dihilangkan.
 2. $A \rightarrow dBE$, E tidak memiliki penurunan sehingga bisa dihilangkan.
 3. $D \rightarrow h$, tidak dapat dicapai melalui penurunan manapun sehingga redundan.
 4. $B \rightarrow ff$, karena $S \rightarrow cEB$ dan $A \rightarrow dBE$ sudah dihilangkan, maka tidak akan dapat dicapai melalui penurunan manapun sehingga bisa dihilangkan.

Penghilangan Produksi Useless

- Maka aturan produksi yang *useless* adalah sebagai berikut.

$S \rightarrow cEB$

$A \rightarrow dBE$

$D \rightarrow h$

$B \rightarrow ff$

- Sehingga tata bahasa bebas konteks hasil penyederhanaan adalah sebagai berikut.

$S \rightarrow aAb$

$A \rightarrow eeC$

$C \rightarrow ae$

Penghilangan Produksi Useless

- Contoh lain, terdapat tata bahasa bebas konteks berikut.

$S \rightarrow aB$

$A \rightarrow bcD \mid dAC$

$B \rightarrow e \mid Ab$

$C \rightarrow bCb \mid adF \mid ab$

$F \rightarrow cFB$

Penghilangan Produksi Useless

- Kita bisa melihat bahwa :
 1. Aturan produksi $F \rightarrow cFB$ tidak memiliki penurunan yang menuju ke simbol terminal sehingga bisa dihilangkan.
 2. $A \rightarrow bcD$, variabel D tidak memiliki penurunan, sehingga bisa dihilangkan
 3. $A \rightarrow dAC$, tidak memiliki penurunan yang menghasilkan simbol terminal sehingga bisa dihilangkan.
 4. Konsekuensi dari no. 2 dan no.3, maka $B \rightarrow Ab$, juga dihilangkan.
 5. $C \rightarrow adF$ juga dihilangkan, karena F telah dihilangkan.

Penghilangan Produksi Useless

- Maka aturan produksi setelah disederhanakan menjadi :

$S \rightarrow aB$

$B \rightarrow e$

$C \rightarrow bCb \mid ab$

Penghilangan Produksi Useless

- Contoh lain, terdapat tata bahasa bebas konteks sebagai berikut.

$S \rightarrow aBD$

$B \rightarrow cD \mid Ab$

$D \rightarrow ef$

$A \rightarrow Ed$

$F \rightarrow dc$

- Kita bisa melihat bahwa :
 1. Aturan produksi $A \rightarrow Ed$, E tidak memiliki penurunan sehingga bisa dihilangkan.
 2. Sebagai konsekuensi dari no.1 maka $B \rightarrow Ab$ juga dihilangkan

Penghilangan Produksi Useless

3. $F \rightarrow dc$, tidak dapat dicapai dari penurunan apapun sehingga bisa dihilangkan.

- **Maka tata bahasa bebas konteks setelah disederhanakan menjadi :**

$S \rightarrow aBD$

$B \rightarrow cD$

$D \rightarrow ef$

Penghilangan Produksi Unit

- **Penghilangan Produksi Unit**

Produksi unit adalah produksi di mana ruas kiri dan kanan aturan produksi hanya berupa satu simbol variabel, misalkan : $A \rightarrow B$, $C \rightarrow D$.

Keberadaan produksi unit membuat tata bahasa memiliki kerumitan yang tak perlu atau menambah panjang penurunan.

- Penyederhanaan ini dilakukan dengan melakukan penggantian aturan produksi unit.

Penghilangan Produksi Unit

- Contoh tata bahasa bebas konteks :

$S \rightarrow Sb$

$S \rightarrow C$

$C \rightarrow D$

$C \rightarrow ef$

$D \rightarrow dd$

LANGKAH - LANGKAH

- Langkah-langkahnya adalah sebagai berikut :

1. Kita lihat untuk $S \rightarrow C$

- $C \rightarrow D$ lalu $D \rightarrow dd$ sehingga $C \rightarrow dd$
- $C \rightarrow ef$

Maka $S \rightarrow C$ dapat diubah menjadi $S \rightarrow dd \mid ef$

2. Kita lihat untuk $C \rightarrow D$

- $C \rightarrow D$ lalu $D \rightarrow dd$ sehingga $C \rightarrow dd$

Maka $C \rightarrow D$ dapat diubah menjadi $C \rightarrow dd$

- Sehingga tata bahasa bebas konteks setelah penyederhanaan adalah sebagai berikut.

$S \rightarrow Sb$

$S \rightarrow dd \mid ef$

$C \rightarrow dd$

$C \rightarrow ef$

$D \rightarrow dd$

CONTOH

- Contoh lain, terdapat tata bahasa bebas konteks :

$S \rightarrow A$

$S \rightarrow Aa$

$A \rightarrow B$

$B \rightarrow C$

$B \rightarrow b$

$C \rightarrow D$

$C \rightarrow ab$

$D \rightarrow b$

CONTOH

- Penggantian yang dilakukan :

1. $S \rightarrow A$

Untuk $S \rightarrow A$ maka setelah ditelusuri menghasilkan $S \rightarrow b \mid ab$

2. $A \rightarrow B$

Untuk $A \rightarrow B$ maka setelah ditelusuri menghasilkan $A \rightarrow b \mid ab$

3. $B \rightarrow C$

Untuk $B \rightarrow C$ maka setelah ditelusuri menghasilkan $B \rightarrow b \mid ab$

Untuk $B \rightarrow b$ sudah ada, maka cukup ditulis $B \rightarrow ab$

4. $C \rightarrow D$

Untuk $C \rightarrow D$ maka setelah ditelusuri menghasilkan $C \rightarrow b \mid ab$

Untuk $C \rightarrow ab$ sudah ada, maka cukup ditulis $C \rightarrow b$

CONTOH

- **Sehingga tata bahasa bebas konteks setelah disederhanakan menjadi :**

$S \rightarrow ab \mid b$

$S \rightarrow Aa$

$A \rightarrow ab \mid b$

$B \rightarrow ab$

$B \rightarrow b$

$C \rightarrow b$

$C \rightarrow ab$

$D \rightarrow b$

CONTOH

- Contoh lain, terdapat tata bahasa bebas konteks :

$S \rightarrow Cba \mid D$

$A \rightarrow bbC$

$B \rightarrow Sc \mid ddd$

$C \rightarrow eA \mid f \mid C$

$D \rightarrow E \mid SABC$

$E \rightarrow gh$

CONTOH

- Penggantian yang dilakukan :

1. $D \rightarrow E$ menjadi $D \rightarrow gh$

2. $C \rightarrow C$, kita hapus

3. $S \rightarrow D$ menjadi $S \rightarrow gh \mid SABC$

Sehingga tata bahasa bebas konteks setelah penyederhanaan menjadi :

$S \rightarrow Cba \mid gh \mid SABC$

$A \rightarrow bbC$

$B \rightarrow Sc \mid ddd$

$C \rightarrow eA \mid f$

$D \rightarrow gh \mid SABC$

$E \rightarrow gh$

Penghilangan Produksi ϵ

- **Penghilangan Produksi ϵ**

Produksi ϵ adalah produksi dalam bentuk :

$$\alpha \rightarrow \epsilon$$

atau bisa dianggap sebagai produksi kosong (*empty*). *Penghilangan produksi ϵ dilakukan* dengan melakukan penggantian produksi yang memuat variabel yang bisa menuju keproduksi ϵ , atau biasa disebut ***nullable***.

Penghilangan Produksi ϵ

- Prinsip penggantiannya bisa dilihat pada kasus berikut ini.

$S \rightarrow bcAd$

$A \rightarrow \epsilon$

- Pada kasus diatas A *nullable*, serta $A \rightarrow \epsilon$ *satu-satunya produksi dari A*, maka *variabel A* bisa ditiadakan, hasil penyederhanaan tata bahasa bebas konteks menjadi :
- $S \rightarrow bcd$

Penghilangan Produksi ϵ

- Tetapi bila kasusnya :

$S \rightarrow bcAd$

$A \rightarrow bd \mid \epsilon$

- Pada kasus di atas *A nullable*, tetapi $A \rightarrow \epsilon$ bukan satu-satunya produksi dari *A*, maka hasil penyederhanaan :

$S \rightarrow bcAd \mid bcd$

$A \rightarrow bd$

CONTOH

- Contoh, terdapat tata bahasa bebas konteks :

$S \rightarrow Ab \mid Cd$

$A \rightarrow d$

$C \rightarrow \epsilon$

- Variabel yang *nullable* adalah variabel *C*. Karena penurunan $C \rightarrow \epsilon$ merupakan penurunan satu-satunya dari *C*, maka kita ganti $S \rightarrow Cd$ menjadi $S \rightarrow d$. Kemudian produksi $C \rightarrow \epsilon$ kita hapus.

- Tata bahasa bebas konteks setelah penyederhanaan :

$S \rightarrow Ab \mid d$

$A \rightarrow d$

CONTOH

- Contoh lain, terdapat tata bahasa bebas konteks :

$S \rightarrow dA \mid Bd$

$A \rightarrow bc$

$A \rightarrow \epsilon$

$B \rightarrow c$

- Variabel yang *nullable* adalah variabel A . $A \rightarrow \epsilon$ bukan penurunan satu-satunya dari A (terdapat $A \rightarrow bc$), maka kita ganti $S \rightarrow dA$ menjadi $S \rightarrow dA \mid d$. $A \rightarrow \epsilon$ kita hapus.

Setelah penyederhanaan :

$S \rightarrow dA \mid d \mid Bd$

$A \rightarrow bc$

$B \rightarrow c$

CONTOH

- Contoh lain, terdapat tata bahasa bebas konteks :

$S \rightarrow AaCD$

$A \rightarrow CD \mid AB$

$B \rightarrow b \mid \epsilon$

$C \rightarrow d \mid \epsilon$

$D \rightarrow \epsilon$

- Variabel yang *nullable* adalah variabel B, C, D .
Kemudian kita lihat $A \rightarrow CD$, maka variabel A juga *nullable*, karena D hanya memiliki penurunan $D \rightarrow \epsilon$, maka kita sederhanakan dulu :
 - $S \rightarrow AaCD$ menjadi $S \rightarrow AaC$
 - $A \rightarrow CD$ menjadi $A \rightarrow C$
 - $D \rightarrow \epsilon$ kita hapus

- Selanjutnya kita lihat variabel B dan C memiliki penurunan ϵ , meskipun bukan satu satunya penurunan, maka kita lakukan penggantian :
- $A \rightarrow AB$ menjadi $A \rightarrow AB \mid A \mid B$
- $S \rightarrow AaC$ menjadi $S \rightarrow AaC \mid aC \mid Aa \mid a$
- $B \rightarrow \epsilon$ dan $C \rightarrow \epsilon$ kita hapus

Setelah penyederhanaan :

$S \rightarrow AaC \mid aC \mid Aa \mid a$

$A \rightarrow C \mid AB \mid A \mid B$

$B \rightarrow b$

$C \rightarrow d$

CONTOH

- Contoh lain, terdapat tata bahasa bebas konteks :

$S \rightarrow AB$

$A \rightarrow abB \mid aCa \mid \epsilon$

$B \rightarrow bA \mid BB \mid \epsilon$

$C \rightarrow \epsilon$

- Variabel yang *nullable* adalah A , B , dan C . Dari $S \rightarrow AB$, maka S juga *nullable*. Kita lakukan penggantian :

$S \rightarrow AB$ menjadi $S \rightarrow AB \mid A \mid B$

$A \rightarrow abB$ menjadi $A \rightarrow abB \mid ab$

$A \rightarrow aCa$ menjadi $A \rightarrow aa$

$B \rightarrow bA$ menjadi $B \rightarrow bA \mid b$

$B \rightarrow BB$ menjadi $B \rightarrow BB \mid B$

$C \rightarrow \epsilon$, $B \rightarrow \epsilon$, dan $A \rightarrow \epsilon$ kita hapus.

CONTOH

- Hasil akhir penyederhanaan menjadi :

$$S \rightarrow AB \mid A \mid B$$
$$A \rightarrow abB \mid ab \mid aa$$
$$B \rightarrow bA \mid b \mid BB \mid B$$

CONTOH

- Contoh lain, terdapat tata bahasa bebas konteks :

$S \rightarrow aAb$

$A \rightarrow aAb \mid \epsilon$

- Hasil akhir penyederhanaan menjadi :

$S \rightarrow aAb \mid ab$

$A \rightarrow aAb \mid ab$

CONTOH

- Contoh lain, terdapat tata bahasa bebas konteks :

$S \rightarrow ABaC$

$A \rightarrow BC$

$B \rightarrow b \mid \epsilon$

$C \rightarrow D \mid \epsilon$

$D \rightarrow d$

- Hasil penyederhanaan :

$S \rightarrow ABaC \mid AaC \mid Aba \mid BaC \mid aC \mid Aa \mid Ba \mid a$

$A \rightarrow BC \mid B \mid C$

$B \rightarrow b$

$C \rightarrow D$

$D \rightarrow d$