PERTEMUAN 2

- REVIEW MATERI HIMPUNAN
- ALJABAR HIMPUNAN DAN DUALITAS

HIMPUNAN

- Definisi : Kumpulan objek-objek yang berbeda. Objek yang terdapat didalam himpunan disebut elemen, unsur atau anggota.
- Penyajian himpunan : mengenumersi elemen-elemennya, menggunakan simbol-simbol baku, notasi pembentuk himpunan (menyatakan syarat keanggotaan) dan menggunakan diagram venn.
- Himpunan-himpunan : Himpunan kosong, himpunan bagian, himpunan yang sama, himpunan ekivalen, himpunan saling lepas, himpunan kuasa.
- Operasi terhadap himpunan : Irisan, Gabungan, Komplemen, Selisih, Beda setangkup, Perkalian kartesian.

PENYAJIAN HIMPUNAN → ENUMERASI

Bila himpunan tidak terlalu besar

maka

ENUMERASI

arti

menuliskan semua himpunan di antara dua buah tanda kurung kurawal { } dan nama himpunan biasanya dengan huruf kapital atau simbol lain

Contoh :
Himpunan A berisi 5 anggota 1,2,3,4, dan 5. Maka dapat ditulis :
A = {1,2,3,4,5)

PENYAJIAN HIMPUNAN → SIMBOL-SIMBOL BAKU

Beberapa himpunan khusus → ditulis → **Simbol-simbol baku** → arti → **menuliskan himpunan dengan simbol-simbol yang sudah baku.**

Contoh :
Terdapat sejumlah simbol baku dengan **huruf tebal** yang biasa digunakan untuk mendefinisikan himpunan yang sering digunakan, yaitu :

- **P** = himpunan bilangan bulat positif = {1, 2, 3,…}
- N = himpunan bilangan asli = {1, 2,…)
- **Z** = himpunan bilangan bulat = {.., -2, -1, 0, 1, 2,..}
- Q = himpunan bilangan rasional
- R = himpunan bilangan riil

PENYAJIAN HIMPUNAN → NOTASI PEMBENTUK HIMPUNAN

Himpunan → dengan → **Notasi pembentuk himpunan** → arti → **menuliskan himpunan dengan menulis syarat yang harus dipenuhi.**

Contoh :

A adalah himpunan bilangan positif yang kecil dari 5, dinyatakan sebagai :

$A = \{x \mid x \text{ adalah himpunan bilangan bulat positif lebih kecil dari } 5\}$

Atau dalam notasi yang lebih ringkas :

$A = \{ x \mid x \in P, x < 5 \}$

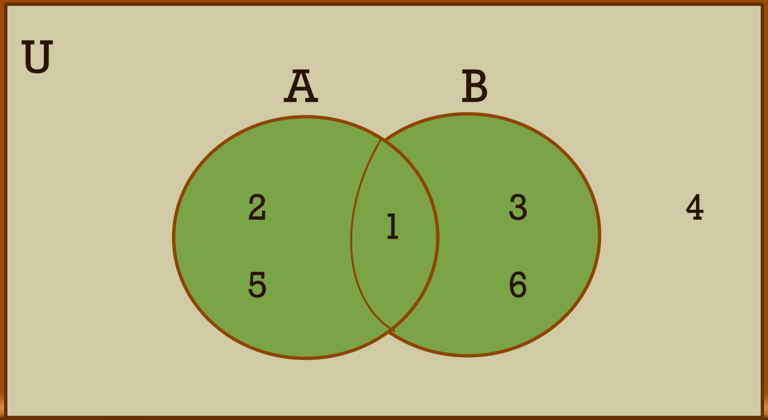
Yang sama dengan $A = \{1, 2, 3, 4\}$

PENYAJIAN HIMPUNAN → DIAGRAM VENN

Himpunan → disajikan → **Diagram Venn**

Contoh :

U = {1,2, 3, 4, 5, 6 }, A = {1, 2, 5} dan B = {1, 3, 6}



Didalam diagram venn :

- **Himpunan semesta (U) digambarkan sebagai segi empat.**
- **Untuk himpunan lain digambarkan sebagai lingkaran didalam segi empat.**
- **Ada kemungkinan dua himpunan mempunyai anggota yang sama dan digambarkan dengan lingkaran saling beririsan.**
- **Anggota U yang tidak termasuk dalam himpunan manapun digambarkan di luar lingkaran**

HIMPUNAN-HIMPUNAN

- Himpunan-himpunan
  - Himpunan kosong → Notasi : { } atau $\emptyset$
  - Himpunan bagian → Notasi : $A \subseteq B$
  - Himpunan sama → Notasi : $A = B$
  - Himpunan ekivalen → Notasi : $A \sim B$
  - Himpunan saling lepas → Notasi : $A // B$
  - Himpunan kuasa → Notasi : $P(A)$ atau 2^A

OPERASI HIMPUNAN

Operasi Himpunan

IRISAN	Himpunan yang tiap elemennya merupakan elemen himpunan A dan B	Notasi : $(A \cap B) = \{ x \mid x \in A \text{ dan } x \in B \}$
GABUNGAN	Himpunan yang tiap elemennya merupakan elemen himpunan A atau B	Notasi : $A \cup B = \{ x \mid x \in A \text{ atau } x \in B \}$
KOMPLEMEN	Himpunan yang elemennya merupakan elemen U yang bukan elemen A	Notasi : $\bar{A} = \{ x \mid x \in U \text{ dan } x \notin A \}$
SELISIH	Himpunan yang elemnnya adalah elemen A tetapi bukan elemen B	Notasi : $A - B = \{ x \mid x \in A \text{ dan } x \notin B \} = A \cap \bar{B}$
BEDA SETANGKUP	Himpunan yang elemennya ada pada himpunan A dan B, tetapi tidak pada keduanya	Notasi : $A \oplus B = (A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$
PERKALIAN KARTESIAN	Himpunan yang elemennya semua pasang berurutan yang dibentuk dari komponen pertama dari himpunan A da komponen kedua dari himpunan B	Notasi : $A \times B = \{(a,b) \mid a \in A \text{ dan } b \in B\}$

HUKUM-HUKUM HIMPUNAN ALJABAR

1. Hukum identitas: (i) $A \cup \varnothing = A$ (ii) $A \cap U = A$	2. Hukum *null*/dominasi: (i) $A \cap \varnothing = \varnothing$ (ii) $A \cup U = U$
3. Hukum komplemen: (i) $A \cup \overline{A} = U$ (ii) $A \cap \overline{A} = \varnothing$	4. Hukum idempoten: (i) $A \cup A = A$ (ii) $A \cap A = A$

HUKUM-HUKUM HIMPUNAN ALJABAR LANJUTAN

5. Hukum involusi: $\overline{(\overline{A})} = A$	6. Hukum penyerapan (absorpsi): (i) $A \cup (A \cap B) = A$ (ii) $A \cap (A \cup B) = A$
7. Hukum komutatif: (i) $A \cup B = B \cup A$ (ii) $A \cap B = B \cap A$	8. Hukum asosiatif: (i) $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ (ii) $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
9. Hukum distributif: (i) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ (ii) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$	10. Hukum De Morgan: (i) $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$ (ii) $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$
11. Hukum 0/1 (atau hukum komplemen 2) (i) $\overline{\varnothing} = U$ (ii) $\overline{U} = \varnothing$	

PRINSIP DUALITAS

Prinsipnya menyatakan dua konsep berbeda dapat dipertukarkan namun tetap memberikan jawaban yang benar

DUALITAS DARI HUKUM-HUKUM HIMPUNAN ALJABAR

1. Hukum identitas: $A \cup \varnothing = A$	Dualnya: $A \cap U = A$
2. Hukum *null*/dominasi: $A \cap \varnothing = \varnothing$	Dualnya: $A \cup U = U$
3. Hukum komplemen: $A \cup \overline{A} = U$	Dualnya: $A \cap \overline{A} = \varnothing$
4. Hukum idempoten: $A \cup A = A$	Dualnya: $A \cap A = A$

DUALITAS DARI HUKUM-HUKUM HIMPUNAN ALJABAR LANJUTAN

5. Hukum penyerapan: $A \cup (A \cap B) = A$	Dualnya: $A \cap (A \cup B) = A$
6. Hukum komutatif: $A \cup B = B \cup A$	Dualnya: $A \cap B = B \cap A$
7. Hukum asosiatif: $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$	Dualnya: $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
8. Hukum distributif: $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$	Dualnya: $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
9. Hukum De Morgan: $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$	Dualnya: $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$
10. Hukum 0/1 $\overline{\varnothing} = U$	Dualnya: $\overline{U} = \varnothing$

ILMU LOGIKA

ILMU LOGIKA

Ilmu Logika berhubungan dengan kalimat-kalimat dan hubungan yang ada diantara kalimat tersebut

Tujuan untuk memberikan aturan-aturan sehingga orang dapat menentukan apakah kalimat tersebut bernilai benar

Kalimat yang dipelajari dalam logika bersifat umum

Kalimat dengan bahasa sehari-hari

Kalimat dengan bukti matematika atas dasar hipotesis-hipotesis

Kalimat Deklaratif (Proposisi) :

- Kalimat yang memiliki satu nilai benar atau salah
- Disimbolkan dengan huruf
- Bukan merupakan kalimat tanya atau perintah

CONTOH PROPOSISI

- Proposisi Bernilai **Benar** :
  - 2+2 = 4
  - Jakarta adalah ibukota negara Indonesia
- Proposisi Bernilai **Salah** :
  - 4 adalah bilangan prima
  - Semarang adalah ibukota Jawa Barat

Keduanya Proposisi, akan tetapi
ada Proposisi Benar dan Proposisi Salah

CONTOH KALIMAT BUKAN PROPOSISI

- Bukan Proposisi :
  - Dimanakah letak pulau bali ? → Bukan proposisi karena kalimat tanya.
  - Serahkan uangmu sekarang ! → Bukan proposisi karena kalimat perintah
  - Simon lebih tinggi dari Lina → Bukan Proposisi karena ada banyak orang nama simon atau lina
  - X + 3 = 8 → Bukan proposisi karena mengandung variable yang tidak spesifik nilainya

KOMBINASI PROPOSISI

LOGIKA PROPOSISI

Logika Proposisi : Bidang logika yang membahas Proposisi dinamakan Logika Proposisi

Simbol/lambang : Menggunakan huruf kecil p,q,r,…

Contoh :

p : 6 adalah bilangan genap

Untuk menyatakan p sebagai proposisi "6 adalah bilangan genap".

Kombinasi Proposisi

Simbol	Arti	Bentuk
¬/~	Tidak/Not/Negasi	tidak……
∧	Dan/And/Konjungsi	…….dan……
∨	Atau/Or/Disjungsi	…….atau……
⇒	Implikasi	Jika….. Maka…..
⇔	Bi-Implikasi	….bila dan hanya bila…..

INGKARAN (NEGASI)

Ingkaran (Negasi)

Ingkaran dari p dinyatakan dengan notasi ~ p, adalah proposisi tidak p.

Ingkaran Semua

⇩

Sebagian/beberapa/tidak

Tabel Kebenaran :

p	~p
T	F
F	T
T = True	
F = False	

Contoh :

p : semua mahasiswa Angkatan 2016 wisuda tahun ini

~ p : Beberapa mahasiswa Angkatan 2016 wisuda tahun ini

: Sebagian mahasiswa Angkatan 2016 wisuda tahun ini

: Tidak semua mahasiswa Angkatan 2016 wisuda tahun ini

KONJUNGSI (DAN)

Konjungsi (Dan)

$p \wedge q$ bernilai benar jika p dan q benar, selain itu salah

Tabel Kebenaran

p	q	p∧q
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F
T = True		
F = False		

Contoh :

p : 4 adalah bilangan genap

q : 3 adalah bilangan ganjil

$p \wedge q$ = 4 adalah bilangan genap dan 3 adalah bilangan ganjil

DISJUNGSI (ATAU)

Disjungsi (Atau)

$p \vee q$ bernilai salah jika p dan q salah, selain itu benar.

Tabel Kebenaran

p	q	p∧q
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F
T = True		
F = False		

Contoh :

p : hari ini hujan

q : murid-murid diliburkan dari sekolah

$p \vee q$ = hari ini hujan atau murid-murid diliburkan dari sekolah

IMPLIKASI (PROPORSI BERSYARAT)

Implikasi
Jika p maka q

$p \rightarrow q$ bernilai salah jika p benar dan q salah

Tabel Kebenaran

p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

T = True

F = False

Contoh :

p : nilai ujian akhir anda 80 atau lebih

q : anda akan mendapat nilai A

$p \rightarrow q$ = jika nilai ujian akhir anda 80 atau lebih, maka anda akan mendapat nilai A

Kasus 1 : Nilai ujian akhir anda diatas 80 (hipotresis benar) dan anda mendapat nilai A (konklusi benar). **Pernyataan benar**

Kasus 2 : Nilai ujian akhir anda diatas 80 (hipotresis benar) tetapi anda tidak mendapat nilai A (konklusi salah). **Pernyataan salah**

BI-IMPLIKASI (PROPORSI BERSYARAT)

Bi-Implikasi
P jika dan hanya jika q

$p \leftrightarrow q$ bernilai benar jika p dan q bernilai sama

Tabel Kebenaran

p	q	$p \leftrightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T
T = True		
F = False		

Contoh :

Jika anda lama menonton televisi maka mata anda Lelah, begitu sebaliknya.

Mata anda lelah jika dan hanya jiak anda lama menonton televisi

HUKUM-HUKUM LOGIKA PROPORSI

Disebut juga **hukum-hukum aljabar proposisi**.

1. Hukum identitas: – $p \vee \mathbf{F} \Leftrightarrow p$ – $p \wedge \mathbf{T} \Leftrightarrow p$	2. Hukum *null*/dominasi: – $p \wedge \mathbf{F} \Leftrightarrow \mathbf{F}$ – $p \vee \mathbf{T} \Leftrightarrow \mathbf{T}$
3. Hukum negasi: – $p \vee {\sim}p \Leftrightarrow \mathbf{T}$ – $p \wedge {\sim}p \Leftrightarrow \mathbf{F}$	4. Hukum idempoten: – $p \vee p \Leftrightarrow p$ – $p \wedge p \Leftrightarrow p$
5. Hukum involusi (negasi ganda): – ${\sim}({\sim}\mathrm{p}) \Leftrightarrow p$	6. Hukum penyerapan (absorpsi): – $p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$ – $p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$

LANJUTAN HUKUM-HUKUM LOGIKA PROPORSI

7. Hukum komutatif: – $p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$ – $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$	8. Hukum asosiatif: – $p \vee (q \vee r) \Leftrightarrow (p \vee q) \vee r$ – $p \wedge (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \wedge r$
9. Hukum distributif: – $p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ – $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	10. Hukum De Morgan: – $\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$ – $\sim(p \vee q) \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$

BUKU ACUAN

1. Rinaldi Munir. (2016). Matematika Diskrit. Bandung : Penerbit Informatika
2. Jong Jek Siang. (2009). Matematika Diskrit dan Aplikasinya pada Komputer. Yogyakarta : Penerbit Andi
3. Diktat dan Handout Matematika Diskrit. Tim Dosen Universitas Indraprasta PGRI .