

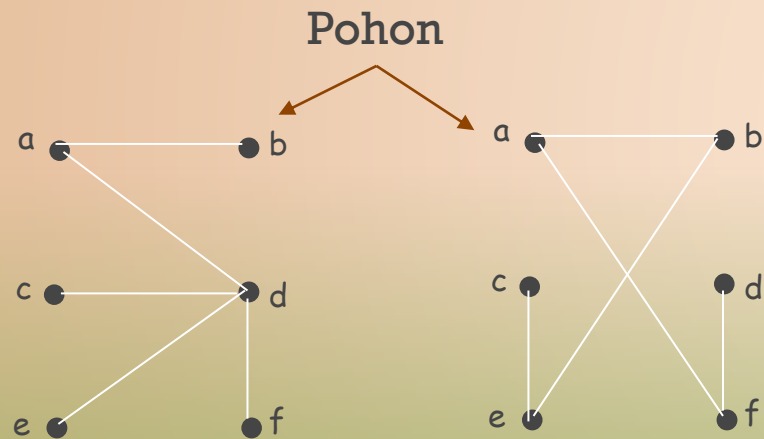
# PERTEMUAN 12

- DEFINISI POHON
- PEWARNAAN POHON
- POHON MERENTANG

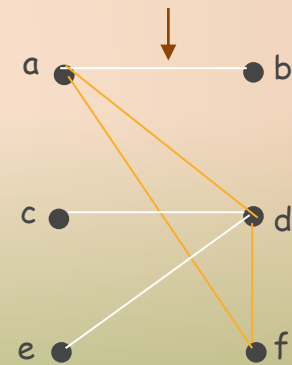
# POHON

- Definisi : graf yang tak berarah terhubung yang tidak mengandung sirkuit.
- Terapan baik dalam bidang ilmu komputer maupun diluar ilmu komputer.
- Sifat penting : terhubung dan tidak mengandung sirkuit.

Contoh :



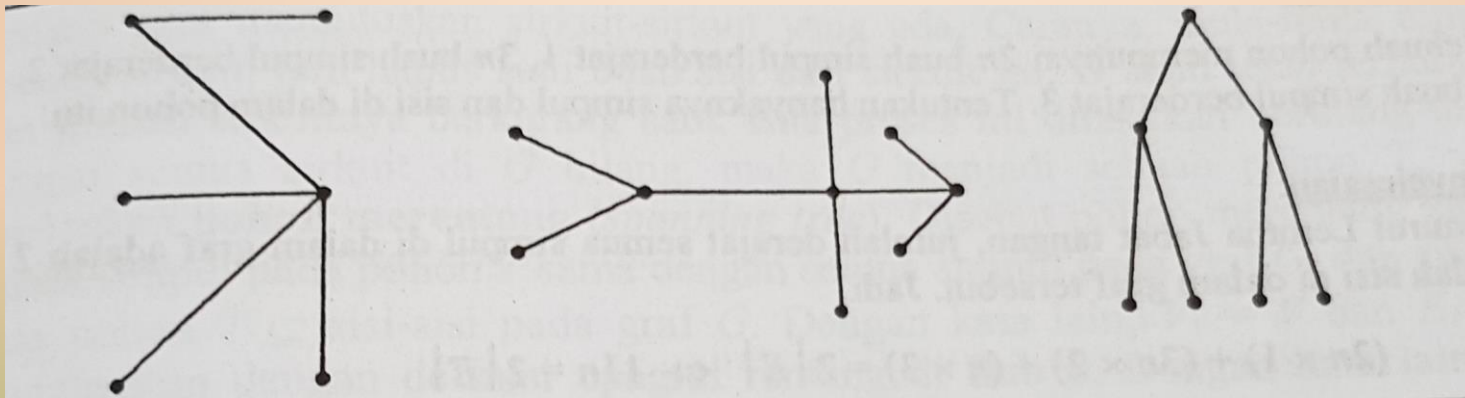
Bukan Pohon



# HUTAN

- Beberapa pohon dapat membentuk hutan
- Definisi : Graf tak terhubung yang tidak mengandung sirkuit, yang dalam hal ini setiap komponen didalam draf terhubung tersebut adalah pohon atau dapat juga didefinisikan kumpulan pohon yang saling lepas.

Contoh :



Gambar Hutan yang terdiri dari tiga buah pohon

# SIFAT-SIFAT POHON

Misalkan  $G = (V,E)$  adalah graf tak-berarah sederhana dan jumlah simpulnya  $n$ , maka :

1.  $G$  adalah pohon
2. Setiap pasang simpul di dalam  $G$  terhubung dengan lintasan tunggal
3.  $G$  terhubung dan memiliki  $m = n - 1$  buah sisi
4.  $G$  tidak mengandung sirkuit dan memiliki  $m = n - 1$  buah sisi
5.  $G$  tidak mengandung sirkuit dan penambahan satu sisi pada graf akan membuat hanya satu sirkuit
6.  $G$  terhubung dan semua sisinya adalah jembatan (jembatan adalah sisi yang bila dihapus menyebabkan graf terpecah menjadi dua komponen)

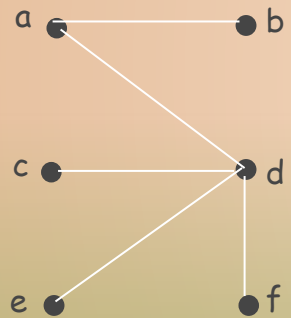
Jika hutan  $F$  dengan  $k$  komponen mempunyai  
 $m = n - 1$  buah sisi



# PEWARNAAN POHON

- Cara pewarnaan pohon :
  - Petakan warna pertama pada sembarang sebuah simpul.
  - Petakan warna kedua pada simpul-simpul yang bertetangga dengan simpul pertama tadi
  - Petakan warna pertama ke semua simpul yang bertetangga dengan simpul-simpul yang telah diberi warna kedua.
  - Ulangi proses ini sampai semua simpul telah diwarnai.

Contoh :



Simpul akan diwarnai kuning dan biru.

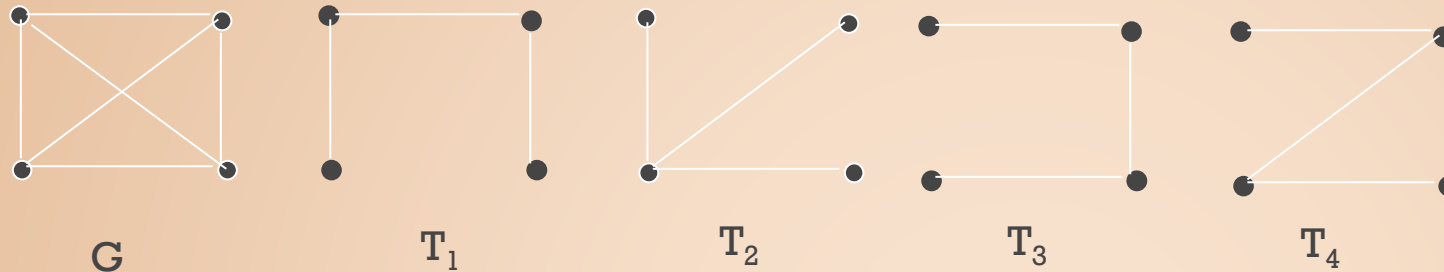
- Simpul a dipilih pertama kali untuk diberi warna kuning.
- Kemudian simpul-simpul tetangga a, yaitu b dan d diberi warna biru.
- Kemudian simpul c,e,f (tetangga dengan simpul d) diberi warnakuning

Warna kuning : a,c,e,f

Warna Biru : b,d

# POHON MERENTANG (SPANNING TREE)

- Definisi : Subgraf dari graf terhubung berbentuk pohon



Graf lengkap  $G$  dengan 4 buah pohon merentanganya,  $T_1, T_2, T_3$  dan  $T_4$

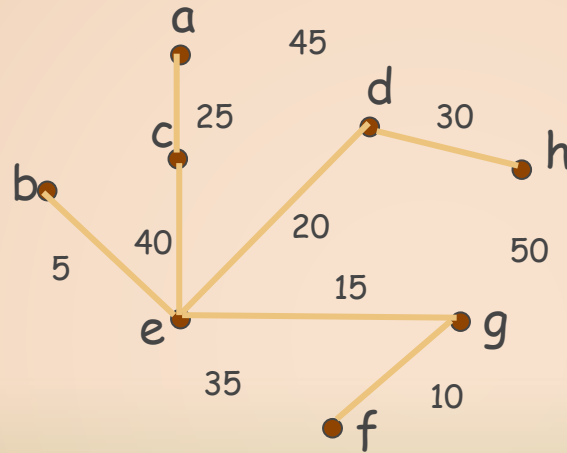
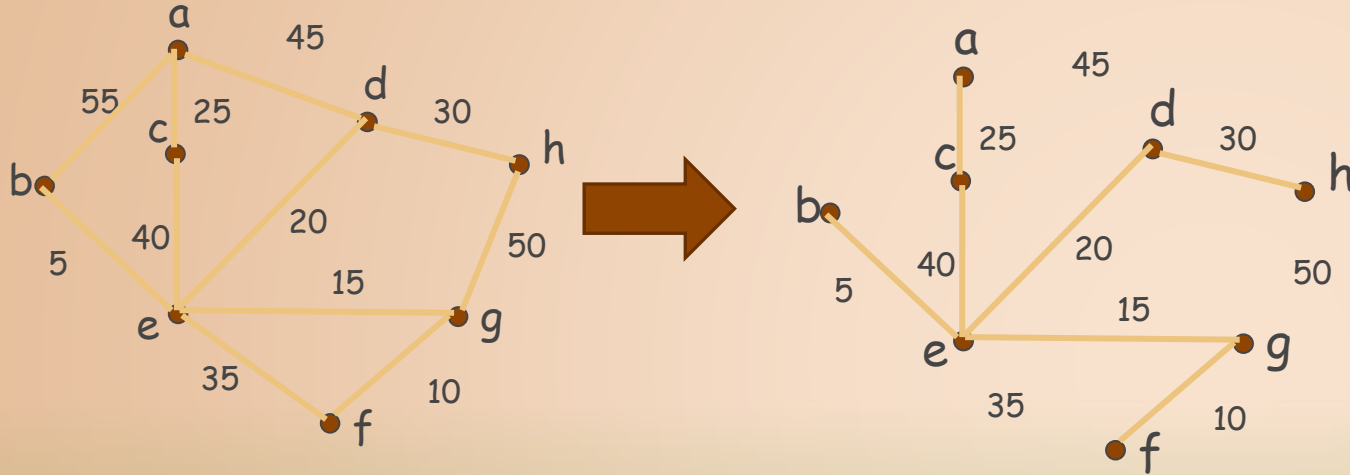
- Setiap graf terhubung mempunyai paling sedikit 1 buah pohon merentang
- Cabang (branch) adalah : Sisi dari graf semula (sisi pada pohon merentang)
- Tali-hubung (chord atau link) dari pohon adalah : Sisi dari graf yang tidak terdapat di dalam pohon merentang
- Komplemen pohon adalah : Himpunan tali-hubung beserta simpul yang bersisian dengannya

# POHON MERENTANG

- Jika  $n$  buah simpul dan  $m$  buah sisi maka kita dapat menghitung jumlah cabang dan tali-hubung :
  - Untuk graf terhubung :
    - Jumlah cabang :  $n - 1$
    - Jumlah tali hubung :  $m - n + 1$
  - Untuk graf tak-terhubung dengan  $k$  komponen :
    - Jumlah cabang :  $n - k$
    - Jumlah tali-hubung :  $m - n + k$
- Rank graf  $G$  adalah : Jumlah cabang pada pohon merentang dari sebuah graf  $G$
- Nullity graf  $G$  adalah : Jumlah tali hubung pada graf  $G$
- Sehingga :
$$\text{rank} + \text{nullity} = \text{jumlah sisi graf } G$$

# POHON MERENTANG MINIMUM

- Definisi : pohon merentang yang berbobot minimum
- Aplikasi : Jalur rel kereta api yang menghubungkan sejumlah kota



- (a) Graf yang menyatakan jaringan jalur kereta api
- (b) Pohon merentang yang mempunyai jumlah jarak minimum

- Algoritma yang digunakan :
  1. Algoritma Prim
  2. Algoritma Kruskal

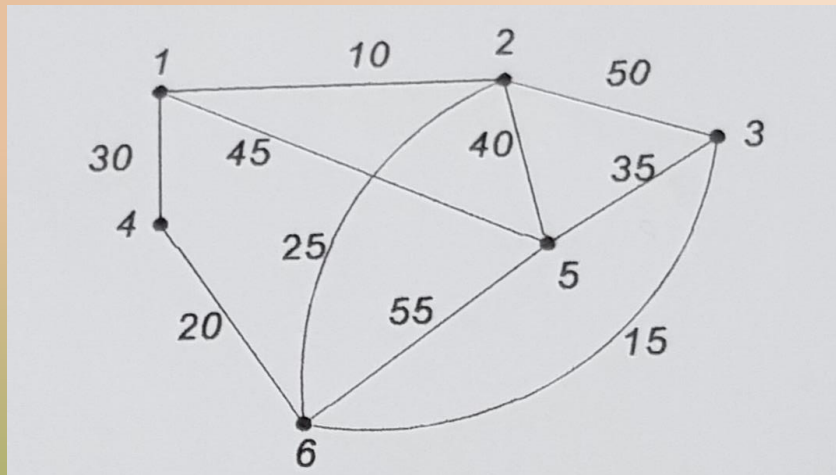


# ALGORITMA PRIM

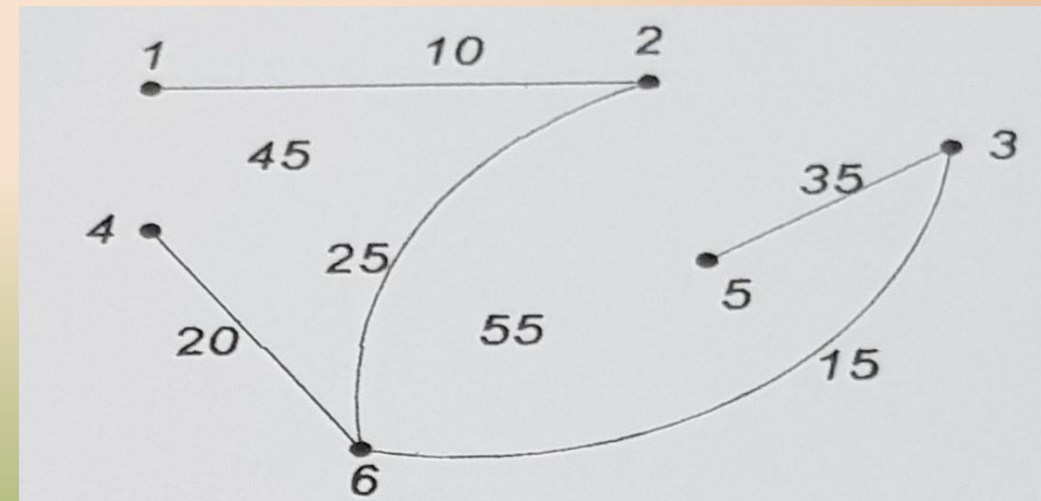
Langkah-Langkah Algoritma Prim :

- Ambil sisi dari graf  $G$  yang berbobot minimum, masukkan ke dalam  $T$
- Pilih sisi  $e$  yang mempunyai bobot minimum dan bersisian dengan simpul di  $T$ , tetapi  $e$  tidak membentuk sirkuit di  $T$ . Masukkan  $e$  ke dalam  $T$
- Ulangi langkah-2 sebanyak  $n - 2$  kali

Contoh : Contoh Graf



Pohon merentang minimum dari Graf



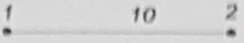
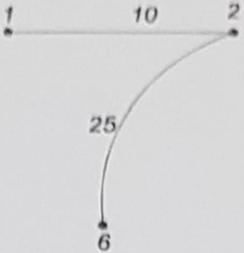
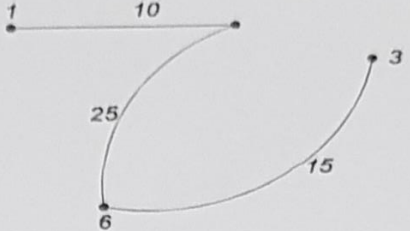
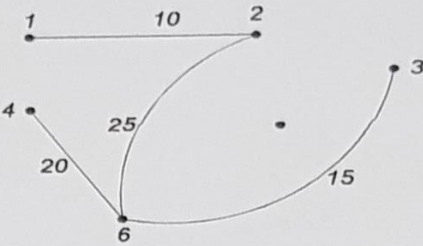
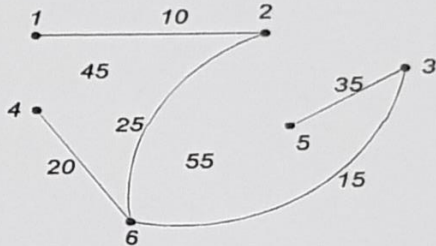
Bobot pohon merentang minimum yang diperoleh dengan menggunakan algoritma Prim :

$$10 + 25 + 15 + 20 + 35 = 105$$

Penjelasan slide selanjutnya

# ALGORITMA PRIM

Penjelasan contoh soal pohon merentang minimum

Langkah	Sisi	Bobot	Pohon Perentang
1	(1, 2)	10	
2	(2, 6)	25	
3	(3, 6)	15	
4	(4, 6)	20	
5	(3, 5)	35	

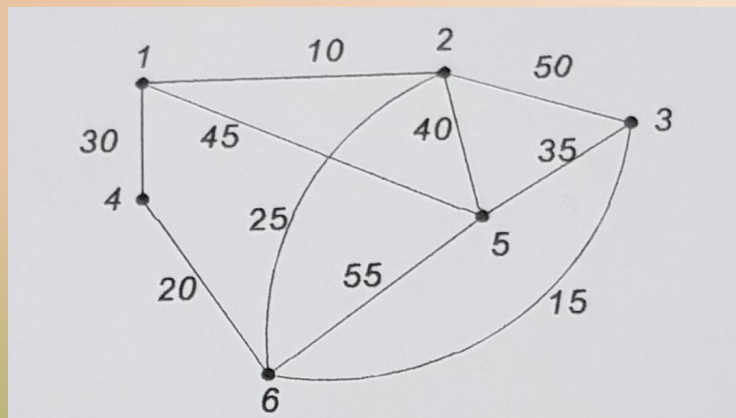
# ALGORITMA KRUSKAL

Algoritma Kruskal :

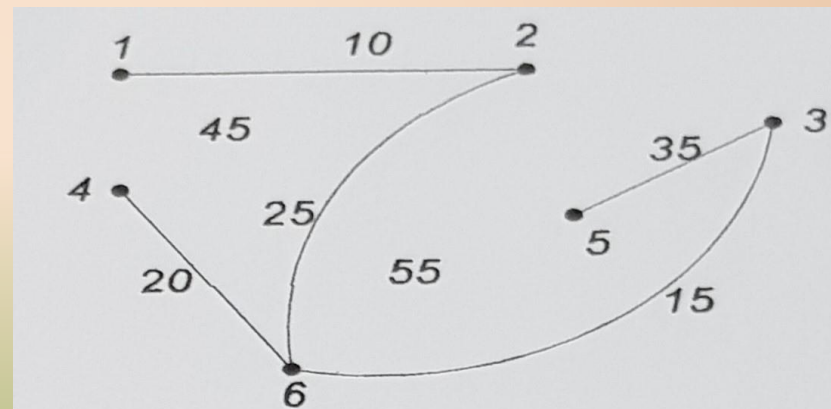
(Asumsi : sisi-sisi dari graf sudah diurut menaik berdasarkan bobotnya)

1. T masih kosong
2. Pilih sisi e yang mempunyai bobot minimum yang tidak membentuk sirkuit di T. Masukkan e ke dalam T
3. Ulangi langkah-2 sebanyak  $n - 1$  kali

Contoh : Contoh Graf



Pohon merentang minimum dari Graf



Sisi	(1,2)	(3,6)	(4,6)	(2,6)	(1,4)	(3,5)	(2,5)	(1,5)	(2,3)	(5,6)
Bobot	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55

Bobot pohon merentang minimum yang diperoleh dengan menggunakan algoritma Prim :

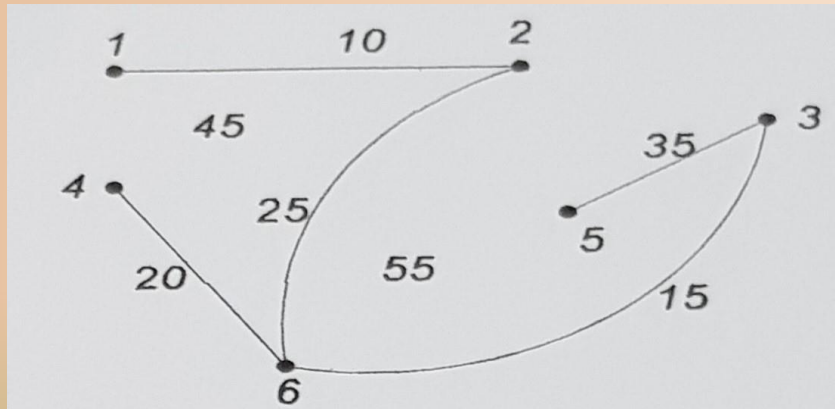
$$10 + 25 + 15 + 20 + 35 = 105$$

Penjelasan slide selanjutnya



# ALGORITMA KRUSKAL

Penjelasan contoh soal pohon merentang minimum



Bobot pohon merentang minimum yang diperoleh dengan menggunakan algoritma Kruskal :  
 $10 + 25 + 15 + 20 + 35 = 105$

Langkah	Sisi	Bobot	Hutan merentang
0			
1	(1, 2)	10	
2	(3, 6)	15	
3	(4, 6)	20	
4	(2, 6)	25	
5	(1, 4)	30	ditolak
6	(3, 5)	35	



1. Rinaldi Munir. (2016). Matematika Diskrit. Bandung : Penerbit Informatika
2. Jong Jek Siang. (2011). Matematika Diskrit dan Aplikasinya pada Komputer. Yogyakarta : Penerbit Andi
3. Diktat dan Handout Matematika Diskrit. Tim Dosen Universitas Indraprasta PGRI .