



Distribusi Sampling Selisih Rata-Rata dan Selisih Proporsi

Distribusi Sampling Selisih Rata-Rata

Distribusi sampling selisih rata-rata adalah distribusi probabilitas yang dapat terjadi dari selisih rata-rata dua sampel yang berbeda berdasarkan pada dua sampel tertentu dari ukuran parameter dua populasinya.

Untuk ukuran sampel n_1 dan n_2 yang cukup besar ($n_1, n_2 > 30$), maka distribusi sampling selisih rata-rata sangat mendekati distribusi normal, untuk mengubahnya ke dalam bentuk normal standar maka diperlukan rumus :

$$Z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - \mu_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}}{\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}}$$

dimana

Rata-rata (Means)

$$\mu_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \mu_1 - \mu_2$$

Simpangan Baku (Standar Deviasi):

Jika σ_1^2 dan σ_2^2 tidak diketahui, maka dapat menggunakan standar deviasi dari sampel

$$\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

Ilustrasi 1

Pegawai perusahaan Global Network Inspection pada Divisi Inspeksi Pembongkaran mempunyai gaji rata-rata sebesar \$4.300/bulan, sedangkan Divisi Inspeksi Pengangkutan mempunyai gaji \$3.750/bulan. Setelah dihitung, diperoleh rata-rata hitung dari deviasi kuadrat setiap gaji terhadap gaji rata-rata Divisi Inspeksi Pembongkaran \$52.000, sedangkan Divisi Inspeksi Pengangkutan sebesar \$19.500. Bila diasumsikan diambil sampel random pada Divisi Inspeksi Pembongkaran sebanyak 90 orang dan Divisi Inspeksi Pengangkutan 75, berapakah probabilitas selisih rata-rata gaji dari dua sampel lebih besar dari \$ 500 ?

Solusi

Diket :

Divisi Inspeksi Pembongkaran : $\mu_1 = \$4300, \sigma_1^2 = \$52.000, n_1 = 90$

Divisi Inspeksi Pengangkutan : $\mu_2 = \$3750, \sigma_2^2 = \$19.500. n_2 = 75$

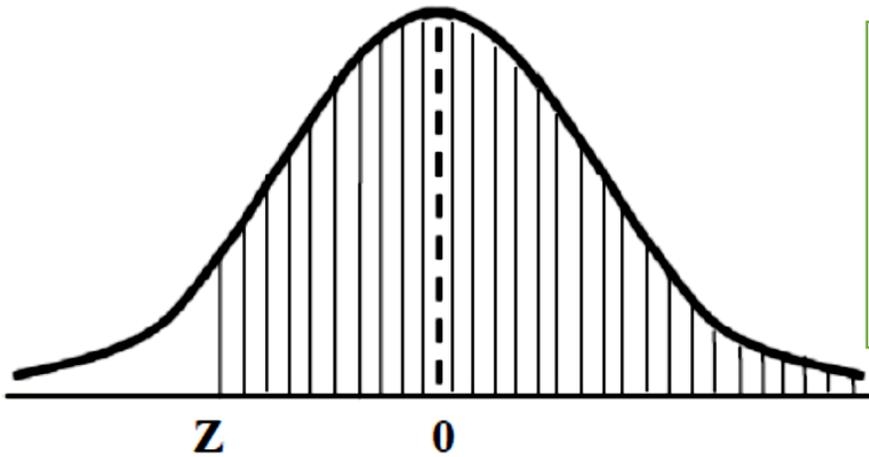
Dit : $(\bar{x}_1 - \bar{x}_2 > 500)$?

$$\mu_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \mu_1 - \mu_2 = 4.300 - 3.750 = 550$$

$$\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} = \sqrt{\frac{52.000}{90} + \frac{19.500}{75}} = 28,944$$

$$Z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - \mu_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}}{\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}} = \frac{500 - 550}{28,944} = -1,727 \approx -1,73$$

Solusi



$$\begin{aligned} P(X > 500) &= P(Z > -1,73) \\ &= 1 - P(Z < -1,73) \\ &= 1 - 0,0418 \\ &= 0,9582 \end{aligned}$$

Jadi, probabilitas selisih rata-rata gaji dari dua sampel lebih besar dari \$500 adalah 0,9582 atau 95,82%

Distribusi Sampling Selisih Proporsasi

Distribusi sampling selisih proporsi adalah distribusi probabilitas yang dapat terjadi dari selisih proporsi dua sampel yang berbeda berdasarkan pada dua sampel tertentu dari ukuran parameter dua populasinya, adapun rumus distribusi sampling selisih proporsi dinyatakan dalam :

a. Rata-rata Proporsi

$$\mu_{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}} = \pi_1 - \pi_2$$

b. Simpangan Baku Proporsi

$$\sigma_{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}} = \sqrt{\frac{\pi_1(1 - \pi_1)}{n_1} + \frac{\pi_2(1 - \pi_2)}{n_2}}$$

Distribusi Sampling Selisih Proporsasi

Distribusi sampling selisih proporsi inipun akan mendekati distribusi normal bila ukuran-ukuran sampel cukup besar ($n_1, n_2 > 30$), maka untuk merubahnya menjadi bentuk normal standar diperlukan rumus :

$$Z = \frac{\left(\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}\right) - \mu_{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}}}{\sigma_{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}}}$$

Jika π_1 dan π_2 tidak diketahui dan dianggap sama maka nilai : $\pi_1 = \pi_2 = p = \frac{X_1 + X_2}{n_1 + n_2}$

sehingga standar baku proporsinya menjadi : $\sigma_{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}} = \sqrt{p * (1 - p) * \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}$

Ilustrasi 2

Alya dan Deasy akan melakukan sebuah pertandingan pelemparan sekeping uang logam, Deasy akan menang bila memperoleh 8 sisi gambar lebih banyak dari pada Alya, jika diasumsikan mereka diberi kesempatan masing-masing melempar uang logam sebanyak 40 kali, berapa peluang Deasy memenangkan pertandingan ini ? Berilah saran apakah Deasy akan ikut dalam pertandingan atau tidak, jika harapan kemenangannya harus sebesar 15% atau lebih?

Solusi

Dik : $\pi_1 = \pi_2 = 50\%$

$n_1 = n_2 = 40$

Dit : a. $P\left(\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2} > 15\%\right)$

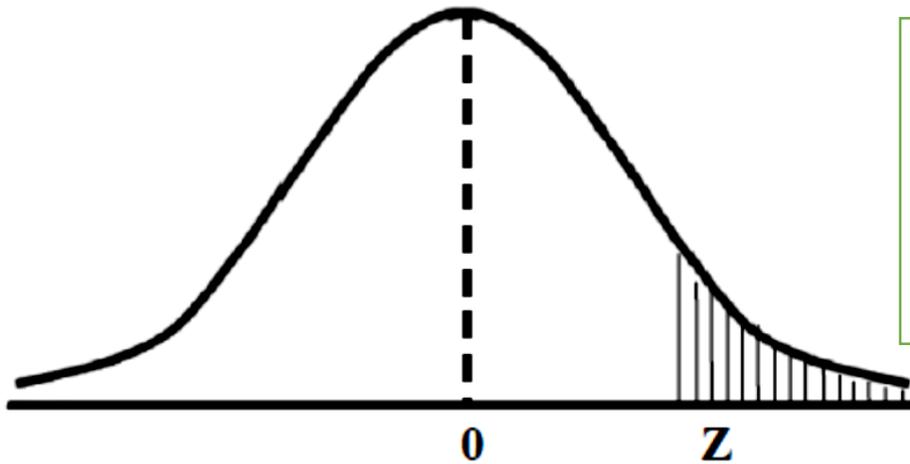
Jwb : a. $\mu_{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}} = \pi_1 - \pi_2 = (0,5 - 0,5) = 0$

$$\sigma_{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}} = \sqrt{\frac{\pi_1(1 - \pi_1)}{n_1} + \frac{\pi_2(1 - \pi_2)}{n_2}}$$

$$= \sqrt{\frac{(0,5)(1-0,5)}{40} + \frac{(0,5)(1-0,5)}{40}} = 0,111803$$

$$Z = \frac{\left(\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}\right) - \mu_{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}}}{\sigma_{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}}} = \frac{0,15 - 0}{0,111803} = 1,341645 \approx 1,34$$

Solusi

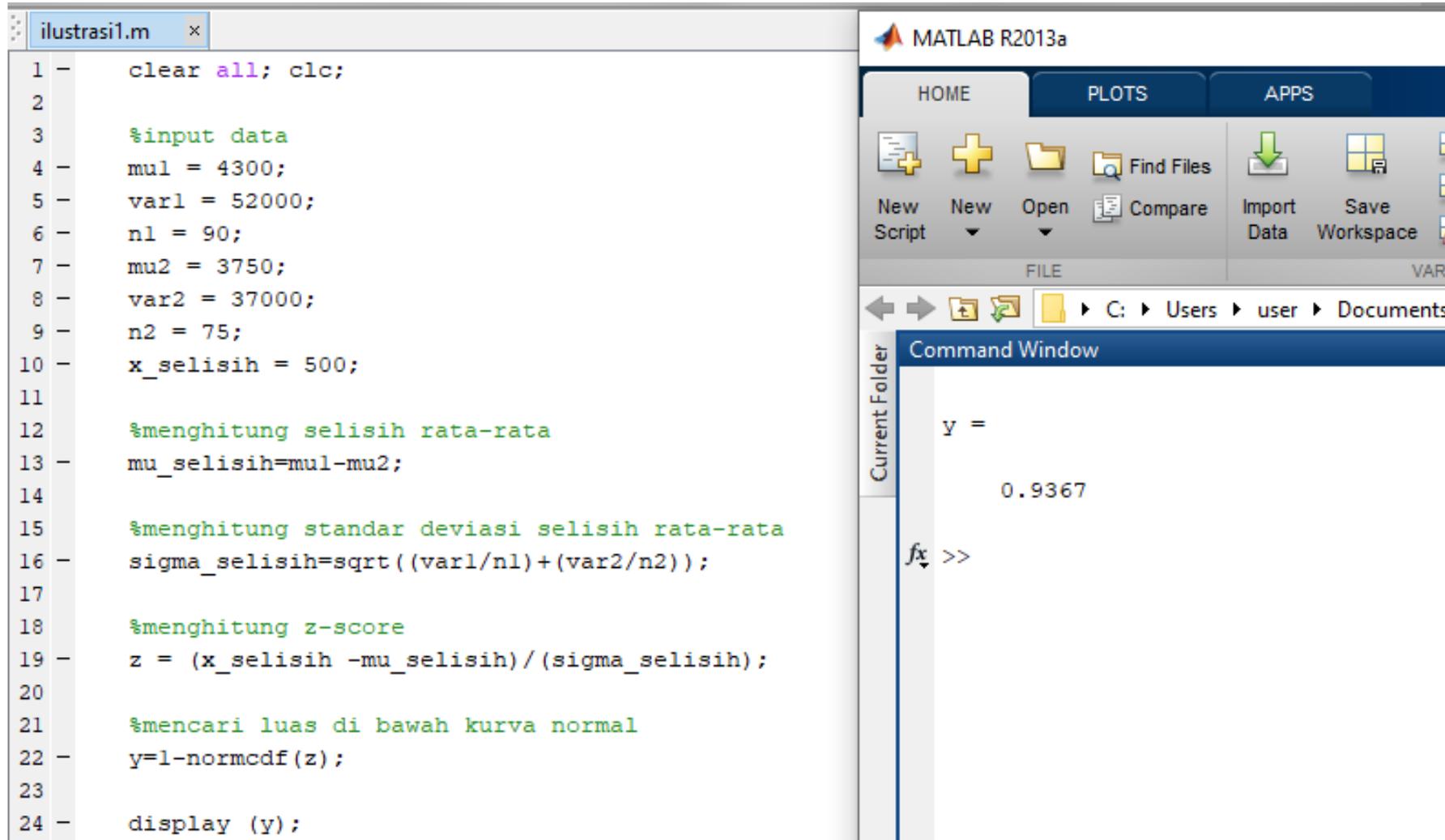


$$\begin{aligned} P(X > 0,15) &= P(Z > 1,34) \\ &= 1 - P(Z < 1,34) \\ &= 1 - 0,9099 \\ &= 0,0901 \end{aligned}$$

Jadi, peluang Deasy memenangkan pertandingan ini adalah 0,0901 atau 9,01%. Karena peluang Deasy menang kurang dari harapan menangnya (9,01% < 15%), maka Deasy disarankan tidak mengikuti pertandingan ini.

Perhitungan dengan Matlab

Soal kasus pada Ilustrasi 1



The screenshot displays the MATLAB R2013a environment. On the left, the script editor shows the code for 'ilustrasi1.m'. On the right, the Command Window shows the output of the script.

```
1 - clear all; clc;
2
3 %input data
4 - mul = 4300;
5 - var1 = 52000;
6 - n1 = 90;
7 - mu2 = 3750;
8 - var2 = 37000;
9 - n2 = 75;
10 - x_selisih = 500;
11
12 %menghitung selisih rata-rata
13 - mu_selisih=mul-mu2;
14
15 %menghitung standar deviasi selisih rata-rata
16 - sigma_selisih=sqrt((var1/n1)+(var2/n2));
17
18 %menghitung z-score
19 - z = (x_selisih -mu_selisih)/(sigma_selisih);
20
21 %mencari luas di bawah kurva normal
22 - y=1-normcdf(z);
23
24 - display (y);
```

Command Window output:

```
y =
    0.9367
fx >>
```

TERIMA KASIH