LOGIKA MATEMATIKA

1. Himpunan
2. Proposisi
3. Kuantor
4. Kuantor gabungan
5. Relasi
6. Fungsi
7. Komposisi fungsi dan invers
8. Permutasi
9. Kombinasi

KUANTOR

- Kuantor yaitu pernyataan yang mengindikasikan seberapa sering pernyataan tersebut bernilai benar

- Ada 2 jenis kuantor, yaitu :

  1. kuantor universal
  2. Kuantor eksistesial

- ***Kuantor universal (∀)***

Kuantor yang mengindikasikan bahwa sesuatu bernilai benar untuk semua. Pada kuantor universal menggunakan kata semua, setiap atau seluruh.

Contoh: Semua mahasiswa harus rajin belajar
Setiap bilangan genap akan habis dibagi dua

Langkah penulisan kuantor universal

- Buat lingkup kuantor universalnya
- Jika x adalah mahasiswa, maka x harus rajin belajar
  Mahasiswa (x) → harus rajin belajar (x)
- Tulis kuantor universal di depannya (∀ x) (Mahasiswa (x) → harus rajin belajar (x))
- Ubah menjadi sebuah fungsi (∀ x) (M (x) → B (x))
- Jadi, bentuk kuantor (∀ x) (M (x) → B(x)) menunjukan kalimat semua mahasiswa harus rajin belajar.
- Pada kuantor universal, Proposisi yang digunakan adalah proposisi implikasi.

- ***Kuantor Eksistensial (∃)***

Yaitu kuantor yang mengindikasikan bahwa sesuatu kadang-kadang bernilai benar untuk individualnya. Pada kuantor eksistensial menggunakan kata ada, tidak semua, beberapa.

Contoh: Ada pelajar memperoleh yang beasiswa

Ada kota besar yang terletak sebelah barat kota bekasi dan karawang.

Langkah penulisan kuantor eksistensial

- Buat lingkup kuantor eksistensialnya

  Ada x yang adalah pelajar dan x memperoleh beasiswa

  Pelajar (x) Λ memperoleh beasiswa (x)
- Tulis kuantor eksistensial di depannya

  (∃ x) (Pelajar (x) Λ memperoleh beasiswa (x))
- Ubah menjadi sebuah fungsi

  (∃ x) (P(x) Λ B(x))
- Jadi bentuk kuantor (∃ x) (P(x) Λ B(x)), ada pelajar yang memperoleh beasiswa.
- Pada kuantor eksistensial, kuantor yang digunakan yaitu kuantor konjungsi.

Tabel kebenaran Kuantor

Pernyataan	Jika benar	Jika salah
(∀) A (x)	A (x) benar untuk semua x	Ada x yang mana A (x) salah
(∃) A (x)	Ada x yang A (x) benar	A (x) salah untuk semua x

Domain penafsiran kuantor dan kuantor ganda

Contoh:

1. Setiap orang dicintai oleh seseorang

   Jika x adalah orang maka ada orang y dan y mencintai x

   Orang (x) → (∃ y) (Orang (y) Λ Cinta (y, x))

   (∀ x) (O (x) → (∃ y) (O(y) Λ C (y,x)))   atau

   (∀ x) (∃ y) C(y,x)

2. Seseorang dicintai oleh semua orang

Ada x yang adalah orang dan jika y adalah semua orang maka y mencintai x

Orang (x) Λ (∀ y) (Orang (y) → Cinta (y, x))

(∃x) (O(x) Λ (∀y) (O (y) → C (y,x)))   atau

(∃x) (∀y) C (y,x)

Tabel Kebenaran

Pernyataan	Jika benar	Jika salah
(∀ x) (∀ y) A(x,y)	A(x,y) benar untuk semua pasangan x,y	Ada pasangan x,y yang mana A(x,y) salah
(∀ x) (∃ y) A(x,y)	Untuk semua x maka ada y yang mana A(x,y) benar	Ada x yang A(x,y) salah untuk semua y
(∃ x) (∀ y) A(x,y)	Ada x yang mana A (x,y) benar untuk semua y	Untuk semua x ada y yang mana A (x,y) salah
(∃ x) (∃ y) A(x,y)	Ada pasangan x,y yang mana A (x,y) benar	A (x,y) adalah salah untuk semua pasangan x,y

Hubungan Antar Kuantor (Keekuivalenan Kuantor)

- Tidak semua orang kaya raya

  Kuantor: $\neg (\forall x) (O(x) \rightarrow K(x))$

  Makna: ada orang yang tidak kaya raya

  $(\exists x) (O(x) \land \neg K(x))$

Pada Logika Proposisional ada hukum $A \rightarrow B \equiv \neg A \lor B \equiv \neg(A \land \neg B)$

  Jadi $\neg (\forall x) (O(x) \rightarrow K(x)) = \neg (\forall x) \neg(O(x) \land \neg K(x))$ sehingga

  $\neg (\forall x) \neg(O(x) \land \neg K(x)) \equiv (\exists x) (O(x) \land \neg K(x))$

  $\neg (\forall x) \neg \equiv (\exists x)$

- Tidak seorang pun bijaksana

  Kuantor: $\neg (\exists x) (O(x) \land B(x))$

  Makna: Semua orang tidak bijaksana

  $(\forall x) (O(x) \rightarrow \neg B(x))$

Pada Logika Proposisional ada hukum $A \rightarrow B \equiv \neg A \lor B \equiv \neg(A \land \neg B)$

  Jadi $(\forall x) (O(x) \rightarrow \neg B(x)) \equiv (\forall x) \neg (O(x) \land B(x))$

  $\neg (\exists x) (O(x) \land B(x)) \equiv (\forall x) \neg (O(x) \land B(x))$

  $\neg (\exists x) \equiv (\forall x) \neg$

Negasi Kuantor

1. Semua mahasiswa TI mengambil matakuliah Logika

   Kuantor: $(\forall x)\ (M(x) \rightarrow K(x))$

   Negasi: Tidak semua mahasiswa TI mengambil mata kuliah Logika

   $$\neg\ (\forall x)\ (M(x) \rightarrow K(x))$$

   Makna Negasi: Ada Mahasiswa TI yang tidak mengambil mata kuliah Logika

   $$(\exists x)\ (M(x)\ \Lambda\ \neg\ K(x))$$

   Maka $\neg\ (\forall x)\ (M(x) \rightarrow K(x)) \leftrightarrow (\exists x)\ (M(x)\ \Lambda\ \neg\ K(x))$

2. Ada mahasiswa TI yang mengambil mata kuliah Logika

Kuantor : $(\exists x)\ (M(x) \land K(x))$

Negasi : Tidak ada mahasiswa TI yang mengambil mata kuliah Logika

$$\neg\ (\exists x)\ (M(x) \land K(x))$$

Makna negasi : semua mahasiswa TI tidak mengambil mata kuliah Logika

$$(\forall x)\ (M(x) \rightarrow \neg\ K(x))$$

Maka $\neg\ (\exists x)\ (M(x) \land K(x)) \leftrightarrow (\forall x)\ (M(x) \rightarrow \neg\ K(x))$

Negasi	Ekuivalen	Negasi Benar	Negasi Salah
$\neg(\exists x)K(x)$	$(\forall)\neg K(x)$	K(x) salah untuk semua x	Ada x yang K(x) adalah benar
$\neg(\forall x)K(x)$	$(\exists)\neg K(x)$	Ada x yang K(x) adalah salah	K(x) benar untuk semua x