

DERET ARITMETIKA DAN GEOMETRI

PERTEMUAN 2

DERET ARITMATIKA

Barisan aritmatika yaitu barisan yang suku-sukunya diperoleh dengan menambahkan suatu bilangan tetap ke suku sebelumnya. Bilangan tetap itu disebut beda atau selisih dan dilambangkan dengan b , sedangkan suku yang pertama (U_1) dilambangkan dengan a .

Rumus suku ke- n dari barisan aritmetika adalah $U_n = a + (n - 1)b$, dengan $b = U_n - U_{n-1}$

Contoh Soal :

Diketahui barisan aritmetika 3, 8, 13, ...

- a. Tentukan suku ke-10 dan rumus suku ke- n barisan tersebut!
- b. Suku keberapakah yang nilainya 198 ?

Jawab :

a. Dari barisan aritmetika 3, 8, 13, ... diperoleh suku pertama $a = 3$ dan beda $b = 8 - 3 = 5$.

$$U_n = a + (n - 1)b$$

$$U_{10} = 3 + (10 - 1)5$$

$$= 3 + 9 \times 5$$

$$= 3 + 45$$

$$= 48$$

$$U_n = a + (n - 1)b$$

$$= 3 + (n - 1)5$$

$$= 3 + 5n - 5$$

$$= 5n - 2$$

b. Misalkan $U_n = 198$, maka berlaku :

$$U_n = 198$$

$$5n - 2 = 198$$

$$5n = 200$$

$$n = 40$$

Jadi 198 adalah suku ke- 40

Deret aritmetika disebut juga deret hitung. Apabila suku-suku di dalam barisan aritmetika dijumlahkan, maka didapat deret aritmetika. Jadi, bentuk baku deret aritmetika adalah $a + (a + b) + (a + 2b) + (a + 3b) + \dots + (a + (n - 1)b)$. Jika jumlah n suku deret aritmetika dinyatakan dengan S_n . Maka didapat rumus :

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n - 1)b)$$

karena $U_n = a + (n - 1)b$ maka S_n didapat rumus S_n :

$$S_n = \frac{n}{2}(a + U_n)$$

Contoh soal :

Hitunglah jumlah 20 suku pertama dari deret aritmetika $3 + 5 + 7 + \dots$

Jawab :

$A = 3$, $b = 5 - 3 = 2$, dan $n = 20$, maka :

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n - 1)b)$$

$$S_{20} = 10(6 + 19 \cdot 2)$$

$$= 10(6 + 38)$$

$$= 10(44)$$

$$= 440$$

Soal-soal

1. Tentukan beda pada setiap barisan aritmetika berikut.
 - a. 2, 7, 12, 17,.....
 - b. 71, 58, 45, 32,.....
 - c. 1,- 3, -7, -11,.....
 - d. -10, -7, -4, -1,...
2. Tulislah lima suku pertama barisan aritmetika yang diketahui salah satu suku dan bedanya berikut ini.
 - a. suku ke- 1 = 3 dan beda 6
 - b. $U_1 = 9$ dan $b = -4$
 - c. $U_6 = 7$ dan $b = 4$
 - d. $U_1 = 5$ dan $U_7 = 41$
 - e. $U_{19} = 91$ dan $U_{91} = 19$
3. Suatu barisan aritmetika diketahui $U_5 = 14$, $U_8 + U_{11} = 55$, tentukan U_{20}
4. Suku keberapakah dari barisan aritmetika 172, 166, 160, yang merupakan bilangan positif terkecil?

5. Tentukan nilai x jika ketiga suku barisan berikut adalah barisan aritmetika:

a. $2x - 1, 5x - 3, 4x + 3$

b. $x - 3, x + 3, 3x$

c. $3x^2 + x + 1, 2x^2 + x, 4x^2 - 6x + 1$

d. $2x^2 + 1, x^2, 3x^2 - 7x - 1$

6. Diantara tiap dua suku yang berurutan dari barisan aritmetika dibawah ini disisipkan 6 buah bilangan sehingga diperoleh barisan aritmetika baru, tentukan beda dan banyaknya suku pada barisan aritmetika tersebut!

a. $1, 50, 99, 148.$

b. $3, 8, 13, \dots, 58$

c. $19, 12, 5, \dots, -48$

d. $3, 6, 9, \dots, 36$

7. Suku pertama dan suku kelima sebuah deret aritmetika adalah 5 dan 11.

Hitunglah jumlah 20 suku pertama deret tersebut!

8. Carilah nilai x jika diketahui jumlah suku-suku deret sebagai berikut:

a. $5 + 7 + 9 + \dots + x = 192$

b. $4 + 11 + 18 + \dots + x = 280$

c. $100 + 96 + 92 + \dots + x = 0$

9. Seorang karyawan suatu perusahaan setiap tahun menerima tambahan gaji yang besarnya tetap. Pada tahun ke-3 ia menerima gaji Rp. 900.000,00 tiap bulan dan pada tahun ke-5 menerima gaji Rp. 1000.000,00 tiap bulan. Tentukan :
- Besarnya gaji yang diterima pada tahun ke-10
 - Jumlah gaji yang telah diterima selama 10 tahun
10. Dalam suatu gedung pertemuan , kursi disusun dalam beberapa baris . Baris pertama terdiri 10 kursi , baris berikutnya bertambah 5 kursi dibandingkan dengan baris sebelumnya. Jika pada baris terakhir terdiri 110 kursi, maka tentukan :
- Banyaknya baris kursi dalam gedung tersebut
 - Banyaknya kursi dalam gedung tersebut

DERET GEOMETRI

- **Barisan geometri** atau sering diistilahkan “barisan ukur” adalah barisan yang memenuhi sifat hasil bagi sebuah suku dengan suku sebelumnya yang berurutan adalah bernilai konstan. Misal barisan geometri tersebut adalah a, b, c maka $c/b = b/a = \text{konstan}$. Hasil bagi suku yang berdekatan tersebut disebut dengan rasio barisan geometri (**r**).
- Misalkan sobat punya sebuah **deret geometri** $U_1, U_2, U_3, \dots, U_{n-1}, U_n$ Maka $U_2/U_1 = U_3/U_2 = U_4/U_3 = \dots = U_n/U_{n-1} = r$ (konstan) lalu bagaimana menentukan suku ke- n dari sebuah **barisan geometri**? coba ambil contoh $U_3/U_2 = r$ maka $U_3 = U_2 \cdot r = a \cdot r \cdot r = ar^2$
 $U_4/U_3 = r$ maka $U_4 = U_3 \cdot r = a \cdot r^2 \cdot r = ar^3$ sejalan dengan $U_n/U_{n-1} = r$ maka $U_n = U_{n-1} \cdot r = ar^{n-2} \cdot r = ar^{n-2+1} = ar^{n-1}$ jadi dari penjelasan di atas sobat bisa menyimpulkan
- Rumus Suku ke- n dari barisan geometri dirumuskan **$U_n = ar^{n-1}$** dengan a = suku awal dan r = rasio barisan geomteri

Deret geometri didefinisikan sebagai jumlah n buah suku pertama dari barisan geometri. Nilai dari n suku pertama dari sebuah barisan geometri dapat ditentukan dengan

$$S_n = a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^{n-2} + ar^{n-1}$$

$$r S_n = ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^{n-2} + ar^{n-1} + ar^n \quad (\text{keduanya kita kurangkan})$$

$$S_n - rS_n = a - ar^n$$

$$S_n (1-r) = a (1-r^n)$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \text{ jika } r > 1$$

$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r} \text{ jika } r < 1$$

dengan a = suku pertama dan r = rasio barisan geometri

Contoh Soal

Tentukan jumlah 6 suku pertama dari barisan 1,3,9,...

Jawab

$$a = 1$$

$$r = 3 \text{ dan } n = 6$$

$$S_n = a (1-r^n) / (1-r) = 1 (1-3^6) / (1-3) = 1 (1-729) / -2 = -728 / -2 = 364$$

- **Contoh soal 1**

Tentukan suku ke 10 dari barisan $1/8, 1/4, 1/2, \dots$

jawab :

kalau ditanya suku ke lima atau suku yang masih ke-sekian yang masih kecil mungkin sobat bisa meneruskan barisan geometri tersebut tapi kalau ditanyakan suku ke-10, ke-50, atau ke-100 akan sangat merepotkan dan mau tidak mau harus pakai rumus di atas.

$$r = 1/4 : 1/8 = 1/4 \times 8 = 2 \rightarrow \text{rasio}$$

$$a = 1/8$$

$$U_n = ar^{n-1} = 1/8 \cdot 2^{(10-1)} = 1/8 \cdot 2^9 = 2^{-3} \cdot 2^9 = 2^6 = 64$$

- **Contoh soal 2**

Sebuah amoeba dapat membelah diri menjadi 2 setiap 6 menit. Pertanyaannya, berapakah jumlah amoeba setelah satu jam jika pada awalnya terdapat 2 amoeba?

$$a = 2$$

$$r = 2$$

$$n = 1 \text{ jam} / 6 \text{ menit} = 10$$

$$U_n = ar^{n-1}$$

$$U_{10} = 2 \cdot 2^{10-1} = 2^{10} = 1024 \text{ buah amoeba.}$$

Soal-soal

1. Tiga bilangan berentuk barisan geometri yang hasil kalinya adalah 1000. Jika dijumlahkan 3 bilangan tersebut hasilnya adalah 35. Tentukan ketiga bilangan tersebut?
2. Sebuah daerah pada tahun 2008 memiliki jumlah penduduk 24 orang. Tiap tahunnya jumlah penduduk bertambah dua kali lipatnya. Maka, jumlah penduduk pada tahun 2012 adalah...
3. Diketahui sebuah barisan geometri $-192, 96, -48, 24, \dots$. Tentukan nilai suku ke delapan dari barisan tersebut?
4. Pada sebuah deret geometri, rumus jumlah suku ke- n nya adalah $S_n = 2n^2 + 4n$. Tentukan nilai suku ke-9 dari deret tersebut?
5. Diketahui sebuah barisan geometri $4p, 2q, r, \dots$. Maka nilai dari $q^2 - pr$ adalah...
6. Diketahui sebuah barisan geometri a, b, c, \dots . Jika diketahui $a \times b \times c = 1728$ dan $a + b + c = 36$, maka nilai a, b dan c adalah...
7. Jika U_n suku ke- n dari satu deret geometri dengan $U_1 = x^{1/3}$ dan $U_2 = x^{1/2}$, maka suku ke lima dari deret tersebut adalah
8. Suku pertama dan suku kedua suatu deret geometri berturut-turut adalah a^{-4} dan a^x . Jika suku kedelapan adalah a^{52} , maka berapa nilai x ?
9. Suku ke- n suatu deret geometri adalah 4^{-n} . Maka jumlah tak hingga deret tersebut sama dengan?
10. Suku-suku suatu barisan geometri tak hingga adalah positif, jumlah suku $U_1+U_2 = 45$ dan $U_3+U_4 = 20$, maka berapa jumlah suku-suku dalam barisan tersebut?

