

DERET HINGGA DAN TAK HINGGA

PERTEMUAN 3

Deret geometri merupakan penjumlahan bilangan atau suku terurut dimana bilangan sebelumnya merupakan hasil perkalian dengan bilangan tertentu, yang selanjutnya disebut dengan rasio (r). Bilangan pada urutan pertama dilambangkan dengan U_1 atau a , sedangkan bilangan pada urutan ke- n dilambangkan dengan U_n . Deret geometri dinotasikan dengan S_n yang berarti penjumlahan hingga suku ke- n . Secara umum, bentuk dari deret geometri adalah:

$$S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$$

Lebih lanjut, **deret geometri tak hingga** merupakan penjumlahan bilangan-bilangan dengan rasio tertentu yang banyaknya menuju tak hingga, atau hingga suku ke- n dimana $n \rightarrow \infty$.

Secara matematis, misalkan diberikan deret geometri suku pertama a dan rasio r , maka deret geometri tak hingganya adalah:

- Jika $-1 < r < 1$, maka apabila dipangkatkan tak hingga akan menghasilkan bilangan yang sangat kecil atau mendekati nol sehingga diperoleh

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{a(1 - 0)}{1 - r}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{a}{1 - r}$$

Dalam kasus ini, deret geometri tak hingga dikatakan konvergen.

- Jika $r > 1$ atau $r < -1$, maka apabila dipangkatkan tak hingga akan menghasilkan bilangan tak hingga (\pm). Sehingga diperoleh hasil

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{a(1 \pm \infty)}{1 - r} = \pm \infty$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \infty$$

Dalam kasus ini, deret geometri tak hingga dikatakan divergen.

Contoh soal.

1. Tentukan jumlah deret tak hingga dari deret geometri berikut:

$$4+2+1+\dots 4+2+1+\dots$$

Pembahasan :

suku pertama $a = 4$ dan rasio $r = \frac{1}{2}$. Maka deret geometri tak hingganya adalah:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{a}{1 - r} = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{4}{1 - \frac{1}{2}} = 8$$

2. Misalkan diberikan deret geometri sebagai berikut:

$$1+3+9+\dots 1+3+9+\dots$$

Karena deret geometri di atas memiliki rasio $r = 3$, maka deret geometri tak hingganya divergen atau $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \infty$

3. Diketahui deret geometri tak hingga dengan jumlah 24. Jika suku pertamanya adalah 8, maka rasionya adalah ...

Pembahasan :

$$S_{\infty} = 24$$

$$a = 8$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{a}{1 - r}$$

$$24 = \frac{8}{1 - r}$$

$$8 = 24 - 24r$$

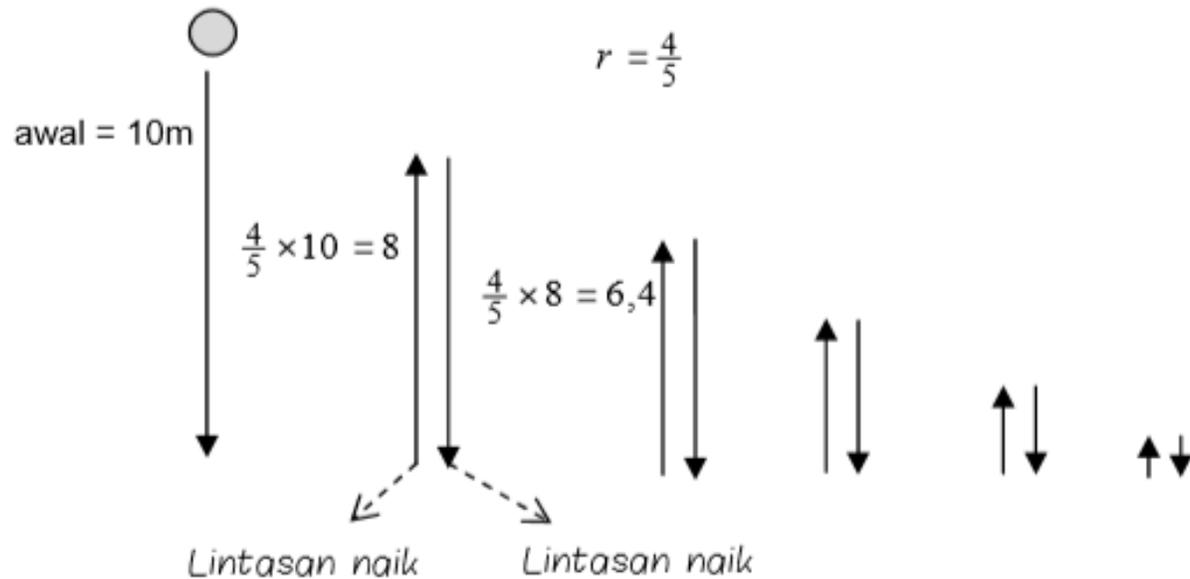
$$-16 = -24r$$

$$r = \frac{-16}{-24}$$

$$r = \frac{2}{3}$$

4. Suatu bola dari ketinggian 10 meter jatuh ketanah, kemudian memantul kembali dengan ketinggian $\frac{4}{5}$ dari ketinggian sebelumnya, begitu terus menerus hingga bola berhenti. Maka berapa meterkah jarak yang ditempuh oleh bola tersebut...

Pembahasan :



$$\text{Lintasan naik} = \text{Lintasan Turun} = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{a}{1-r} = \frac{8}{1-\frac{4}{5}} = \frac{8}{\frac{1}{5}} = 40$$

Seluruh Lintasan = Awal + Lintasan naik + Lintasan turun

$$\text{Seluruh Lintasan} = \text{Awal} + 2 \text{ Lintasan naik} = 10 + 2(40) = 10 + 80 = 90$$

Latihan Soal

1. Tentukan Jumlah deret geometri tak hingga $27 - 9 + 3 - \frac{1}{3} + \dots$
2. Tentukan Jumlah tak hingga dari deret geometri $1 - \frac{3}{4} + \frac{9}{16} - \frac{27}{64} + \dots$
3. Diketahui suku kedua dan suku keempat suatu deret geometri tak hingga berturut-turut adalah 1 dan $\frac{1}{9}$. Jika rasionya positif, maka jumlah semua suku dari deret geometri itu adalah ...
4. Sebuah bola dijatuhkan dari ketinggian 8 meter. Bola memantul ke atas setelah mengenai lantai dengan ketinggian $\frac{3}{5}$ dari ketinggian semula, begitu seterusnya. Panjang lintasan bola tersebut sampai berhenti adalah ... m
5. Bola pingpong dijatuhkan dari ketinggian a^2 dan memantul tegak lurus lantai. Jika setiap kali bola memantul dengan ketinggian $\frac{1}{a}$ dari ketinggian sebelumnya, maka panjang lintasan bola dari awal jatuh sampai dengan berhenti adalah $6a$, maka nilai a yang memenuhi adalah

