

PERTEMUAN 6

- PENJUMLAHAN DAN PERKALIAN DUA FUNGSI
- KOMPLEMEN FUNGSI BOOLEAN
- BENTUK KANONIK

PENJUMLAHAN DAN PERKALIAN FUNGSI

- Misalkan f dan g adalah dua buah fungsi Boolean dengan n peubah, maka :

- penjumlahan $f + g$ didefinisikan sebagai :

$$(f + g)(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = f(x_1 + x_2 + \dots + x_n) + g(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$$

- Perkalian $f.g$ didefinisikan sebagai :

$$(f.g)(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = f(x_1 + x_2 + \dots + x_n) . g(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$$

KOMPLEMEN FUNGSI BOOLEAN

Hukum de morgan

Dengan n buah peubah, x_1, x_2, \dots, x_n :

$$(i) \quad (x_1 + x_2 + \dots + x_n)' = (x_1' \cdot x_2' \cdot \dots \cdot x_n')$$

Dualnya

$$(ii) \quad (x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n)' = (x_1' + x_2' + \dots + x_n')$$

Contoh : $f(x,y,z) = (x(y'z' + yz))'$

$$\begin{aligned} &= x' + (y'z' + yz)' \\ &= x' + (y'z')' (yz)' \\ &= x' + (y + z) (y' + z') \end{aligned}$$

Prinsip dualitas

Tentukan dual dari ekspresi Boolean yang merepresentasikan f, lalu komplemenkan setiap literalnya didalam dual tersebut.

Contoh :

$$f(x,y,z) = x(y'z' + yz)$$

dual dari ekspresi Boolean :

$$x + (y' + z') (y + z)$$

Komplemenkan tiap literal dari dual diatas :

$$x' + (y + z) (y' + z') = f'(x,y,z)$$

BENTUK KANONIK

- **Ekspresi Boolean yang menspesifikasikan suatu fungsi dapat disajikan kedalam dua bentuk kanonik berbeda, yaitu**
 - **Penjumlahan dari hasil kali (Sum Of Product atau SOP)**

Memiliki bentuk kanonik $f(A,B,C) = \bar{A}\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C} + ABC$ dimana setiap suku didalam ekspresi mengandung literal yang lengkap baik peubah yang tulis dalam komplemen maupun tidak. Pada SOP peubah tanpa komplemen memiliki nilai 1 dan peubah dengan komplemen memiliki nilai 0.
 - **Perkalian dari hasil jumlah (Product Of Sum atau POS)**

Memiliki bentuk kanonik $f(A,B,C) = (A + B + C)(\bar{A} + \bar{B} + C)(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C})$ dimana setiap suku didalam ekspresi mengandung literal yang lengkap baik peubah yang tulis dalam komplemen maupun tidak. Pada POS peubah tanpa komplemen memiliki nilai 0 dan peubah dengan komplemen memiliki nilai 1.

ABCD	Minterm		Maksterm	
	Term	Lambang	Term	Lambang
0000	$\overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D}$	m_0	$A + B + C + D$	M_0
0001	$\overline{A}\overline{B}\overline{C}D$	m_1	$A + B + C + \overline{D}$	M_1
0010	$\overline{A}\overline{B}C\overline{D}$	m_2	$A + B + \overline{C} + D$	M_2
0011	$\overline{A}\overline{B}CD$	m_3	$A + B + \overline{C} + \overline{D}$	M_3
0100	$\overline{A}B\overline{C}\overline{D}$	m_4	$A + \overline{B} + C + D$	M_4
0101	$\overline{A}B\overline{C}D$	m_5	$A + \overline{B} + C + \overline{D}$	M_5
0110	$\overline{A}BC\overline{D}$	m_6	$A + \overline{B} + \overline{C} + D$	M_6
0111	$\overline{A}BCD$	m_7	$A + \overline{B} + \overline{C} + \overline{D}$	M_7
1000	$A\overline{B}\overline{C}\overline{D}$	m_8	$\overline{A} + B + C + D$	M_8
1001	$A\overline{B}\overline{C}D$	m_9	$\overline{A} + B + C + \overline{D}$	M_9
1010	$A\overline{B}C\overline{D}$	m_{10}	$\overline{A} + B + \overline{C} + D$	M_{10}
1011	$A\overline{B}CD$	m_{11}	$\overline{A} + B + \overline{C} + \overline{D}$	M_{11}
1100	$AB\overline{C}\overline{D}$	m_{12}	$\overline{A} + \overline{B} + C + D$	M_{12}
1101	$AB\overline{C}D$	m_{13}	$\overline{A} + \overline{B} + C + \overline{D}$	M_{13}
1110	$ABC\overline{D}$	m_{14}	$\overline{A} + \overline{B} + \overline{C} + D$	M_{14}
1111	$ABCD$	m_{15}	$\overline{A} + \overline{B} + \overline{C} + \overline{D}$	M_{15}

Contoh 1 :

Tuliskan bentuk kanonik SOP dan POS, tabel kebenaran dan gerbang logika dari hasil SOP dari persamaan $f(A,B,C) = A + \overline{B} C$

Jawab :

SOP

Lengkapi dahulu literal untuk setiap suku agar jumlahnya sama.

$$A = A (B + \overline{B})$$

Dikalikan $(B + \overline{B})$ karena suku 1 kekurangan variable B

$$= A B + A \overline{B}$$

$$= A B (C + \overline{C}) + A \overline{B} (C + \overline{C})$$

Dikalikan $(C + \overline{C})$ karena suku 1 kekurangan variable C

$$= A B C + A B \overline{C} + A \overline{B} C + A \overline{B} \overline{C}$$

$$BC = \overline{B} C (A + \overline{A})$$

Dikalikan $(A + \overline{A})$ karena suku 2 kekurangan variable A

$$= \overline{A} \overline{B} C + \overline{A} B C$$

Jadi $f(A,B,C)$

$$= A + \overline{B} C$$

$$= A B C + A B \overline{C} + \overline{A} \overline{B} C + \overline{A} B C + A \overline{B} C + \overline{A} \overline{B} C$$

$$= \overline{A} \overline{B} C + \overline{A} B C + A \overline{B} C + A B \overline{C} + A B C$$

Suku yang bernilai sama dihilangkan

$$= m_1, m_4, m_5, m_6, m_7 = \Sigma (1,4,5,6,7)$$

Lanjutan Contoh 1 :

Tuliskan bentuk kanonik SOP dan POS, tabel kebenaran dan gerbang logika dari hasil SOP dari persamaan $f(A,B,C) = A + \bar{B} C$

Jawab :

POS : Contoh soal diatas berbentuk SOP, untuk itu harus dilakukan perubahan kebentuk POS.

$f(A,B,C) = A + \bar{B} C$ ubah terlebih dahulu kedalam format POS

$$= (A + \bar{B}) (A + C) \dots \dots \dots \text{Hukum distributif}$$

Lengkapi dahulu literal untuk setiap suku agar jumlahnya sama.

$$(A + \bar{B}) = (A + \bar{B}) + (C \bar{C})$$

Dijumlahkan $(C \bar{C})$ karena suku 1 kekurangan variable C

$$= (A + \bar{B} + C) (A + \bar{B} + \bar{C})$$

$$(A + C) = (A + C) + (B \bar{B})$$

Dijumlahkan $(B \bar{B})$ karena suku 2 kekurangan variable B

$$= (A + B + C) + (A + \bar{B} + C)$$

Jadi $f(A,B,C) = (A + \bar{B}) (A + C) = (A + \bar{B} + C) (A + \bar{B} + \bar{C}) (A + B + C) (A + \bar{B} + C)$

$$= (A + \bar{B} + C) (A + \bar{B} + \bar{C}) (A + B + C) \quad \text{Suku yang bernilai sama dihilangkan}$$

$$= M_0, M_2, M_3 = \Pi (0,2,3)$$

Jika diperhatikan bahwa apabila SOP menghasilkan $\Sigma (1,4,5,6,7)$ maka POS merupakan sisanya $\pi (0,2,3)$

Lanjutan Contoh 1 :

Tabel kebenaran

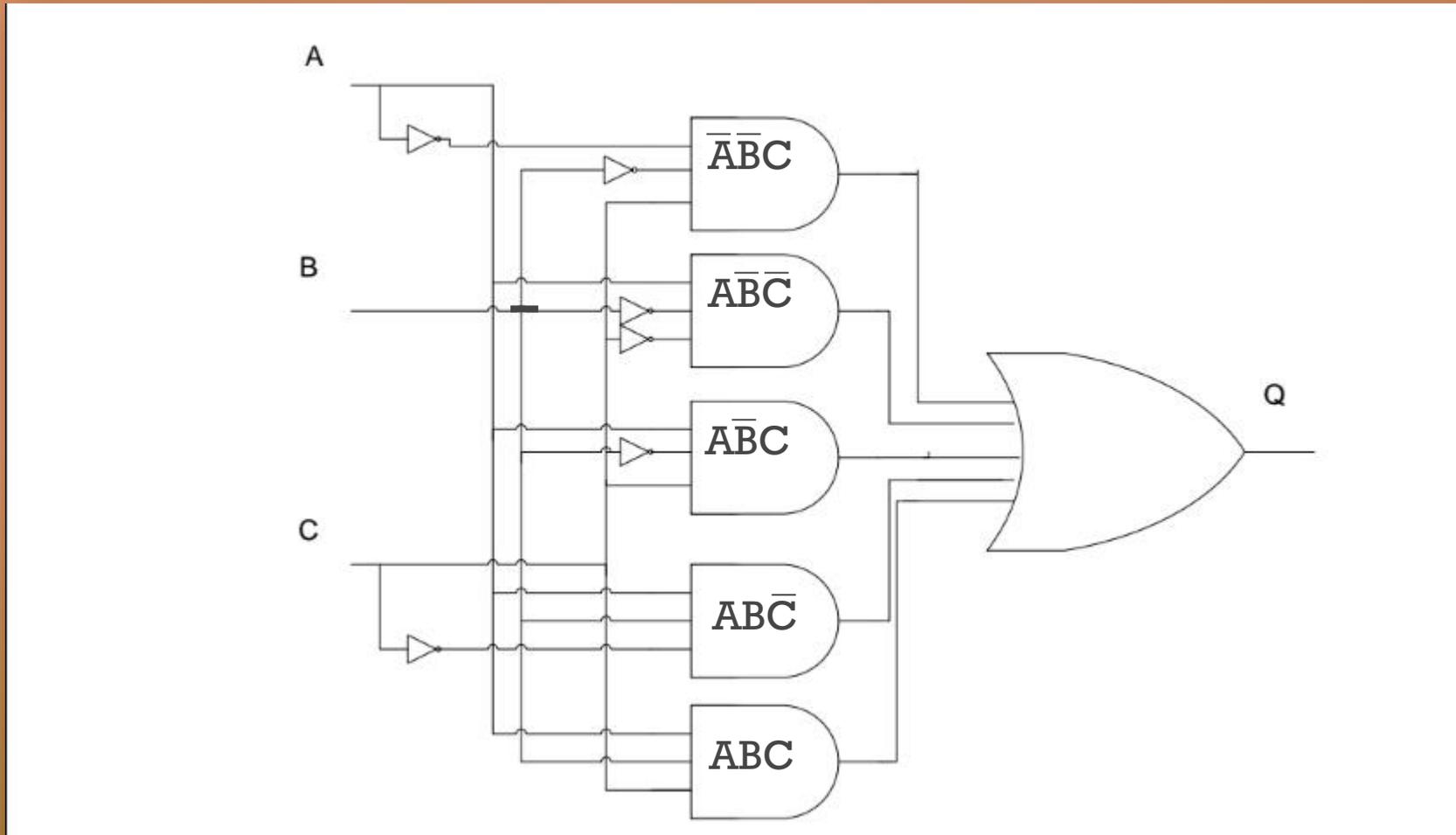
SOP	
ABC	f
000 = 0	0
001 = 1	1
010 = 2	0
011 = 3	0
100 = 4	1
101 = 5	1
110 = 6	1
111 = 7	1

- Kolom fungsi diberikan nilai 1 untuk semua kombinasi hasil SOP dan 0 untuk hasil POS.
- Kolom nilai variable ABC diisikan dengan kombinasi kemungkinan munculnya variabel. Jumlah kemungkinan didapat dari 2^n dimana n merupakan variable. $2^3 = 8$ baris kemungkinan

Lanjutan Contoh 1 :

Gerbang Logika

$$\text{SOP} = \bar{A}\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C} + ABC$$



BUKU ACUAN

Rinaldi Munir. (2014). Matematika Diskrit. Bandung : Penerbit Informatika