

Pertemuan 2

Transpose matriks dan jenis-jenis matriks

Transpose Matriks

- Transpose Matriks adalah menukar antara baris dan kolom (merubah baris menjadi kolom)

Contoh: $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ Maka $A^t = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$

- Contoh Soal

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Tentukanlah

a. $A A^t$

b. $A^t A$

Jawab :

$$A^t = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$AA^t = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 4 & -2 \\ 4 & 13 & -3 \\ -2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^t A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & -4 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}$$

Contoh Soal

1. Diketahui dua buah matriks ordo 2x2 seperti dibawah ini :

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} \quad B = \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 7 \end{vmatrix}$$

Tentukan $(A + B)^T$?

Pembahasan :

$$A + B = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 7 \end{vmatrix}$$

$$A + B = \begin{vmatrix} 1 + 5 & 2 + 6 \\ 4 + 8 & 3 + 7 \end{vmatrix}$$

$$A + B = \begin{vmatrix} 6 & 8 \\ 12 & 10 \end{vmatrix}$$

Maka hasil $(A + B)^T$:

$$(A + B)^T = \begin{vmatrix} 6 & 12 \\ 8 & 10 \end{vmatrix}$$

Transpose matriks memiliki beberapa sifat yang menjadi dasar di dalam operasi perhitungan matriks, yaitu :

$$(A + B)^T = A^T + B^T$$

$$(A^T)^T = A$$

$$\lambda(A^T) = (\lambda A)^T, \text{ bila } \lambda \text{ suatu scalar}$$

$$(AB)^T = B^T A^T$$

Jenis-Jenis Matriks

- ***Matriks bujur sangkar (persegi)***
→ Matriks yang jumlah baris dan jumlah kolomnya adalah sama ($n \times n$)

Contoh :

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Matriks segi tiga

Ada dua jenis, yaitu matriks segitiga atas dan bawah

- ***Matriks segi tiga atas***

→ Matriks yang semua unsur dibawah unsur diagonal pada kolom yang bersesuaian adalah nol.

$$E = \begin{bmatrix} 5 & 9 & 3 \\ 0 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$$

- ***Matriks segi tiga bawah***

→ Matriks yang semua unsur diatas unsur diagonal pada kolom yang bersesuaian adalah nol.

$$F = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Matriks Diagonal

→ Matriks bujur sangkar dimana setiap unsur yang bukan merupakan unsur diagonal adalah nol.

$$D = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matriks satuan (Identitas)

→ Matriks diagonal dimana setiap unsur diagonalnya adalah satu.

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Latihan Soal

Terdapat tiga buah matriks sebagai berikut :

$$A = \begin{bmatrix} a & 2 \\ 1 & b \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & b+1 \end{bmatrix} \quad \text{dan} \quad C = \begin{bmatrix} -2 & b \\ -a & b^2 \end{bmatrix}$$

Jika $A \times B^T - C = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$, dengan B^T merupakan hasil transpose matriks B.

Hitunglah nilai a dan b ?

Diketahui:

$$\text{Matriks} \quad A = \begin{pmatrix} 8 & -9 \\ x - y & -11 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 8 & 3 \\ -9 & 3x + y \end{pmatrix}$$

Jika A^T adalah transpose matriks A dan $A^T = B$, maka nilai x dan y yang memenuhi adalah..