



METODE MATRIKS BALIKAN

Metode Matriks Balikan

Misalkan A^{-1} adalah matriks balikan dari A . Hasil kali A dengan A^{-1} menghasilkan matriks identitas I ,

$$AA^{-1} = A^{-1}A = I$$

Selain itu matriks balikan juga dapat digunakan untuk menyelesaikan sistem yang berbentuk sebagai berikut :

$$Ax = b$$

sehingga

$$x = A^{-1}b$$

Jadi, penyelesaian sistem persamaan linier $Ax = b$ adalah $x = A^{-1}b$ dengan syarat A^{-1} ada. Cara penyelesaian dengan mengalikan matriks A^{-1} dengan b itu dinamakan metode matriks balikan.

Metode Matriks Balikan

Algoritma Metode Matriks Balikan

1. Konversi SPL menjadi matriks $Ax = b$
2. Cari *inverse* (A^{-1}) dari matriks A dengan langkah OBE, yaitu:
 - a. Mengalikan suatu baris dengan bilangan tak nol.*
 - b. Menambahkan kelipatan suatu baris pada baris lain.*
 - c. Menukarkan sebarang dua buah baris.*
3. Kalikan A^{-1} dengan b

Metode Matriks Balikan

Ilustrasi

Selesaikanlah SPL berikut dengan metode Matriks inversi/balikan

$$\begin{aligned}2x_1 + 4x_2 - 2x_3 &= 2 \\4x_1 + 9x_2 - 3x_3 &= 8 \\-2x_1 - 3x_2 + 7x_3 &= 10\end{aligned}$$

Penyelesaian:

konversi SPL ke dalam bentuk matriks $Ax = b$

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & -2 \\ 4 & 9 & -3 \\ -2 & -3 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 8 \\ 10 \end{bmatrix}$$

konversi matriks A menjadi matriks balikan A^{-1} dengan langkah OBE

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 4 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 9 & -3 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & -3 & 7 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

Metode Matriks Balikan

Sehingga Matriks A menjadi :

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{27}{4} & -\frac{11}{4} & \frac{3}{4} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{11}{4} & \frac{5}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{array} \right]$$

Dapat disimpulkan dari uraian di atas kita mendapatkan matriks invers dari A yaitu :

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{27}{4} & -\frac{11}{4} & \frac{3}{4} \\ -\frac{11}{4} & \frac{5}{4} & -\frac{1}{4} \\ \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$$

Metode Matriks Balikan

Solusinya adalah $x = A^{-1}b$

$$x = \begin{bmatrix} \frac{27}{4} & -\frac{11}{4} & \frac{3}{4} \\ -\frac{11}{4} & \frac{5}{4} & -\frac{1}{4} \\ \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 8 \\ 10 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} \frac{27}{4} \cdot 2 & -\frac{11}{4} \cdot 8 & \frac{3}{4} \cdot 10 \\ -\frac{11}{4} \cdot 2 & \frac{5}{4} \cdot 8 & -\frac{1}{4} \cdot 10 \\ \frac{3}{4} \cdot 2 & -\frac{1}{4} \cdot 8 & \frac{1}{4} \cdot 10 \end{bmatrix}$$

Metode Matriks Balikan

$$= \begin{bmatrix} \frac{54}{4} & -\frac{88}{4} & +\frac{30}{4} \\ -\frac{22}{4} & +\frac{40}{4} & -\frac{10}{4} \\ \frac{6}{4} & -\frac{8}{4} & +\frac{10}{4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Sehingga solusi dari SPL di atas adalah $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$

Latihan

Selesaikanlah SPL berikut dengan metode Matriks Inversi/Balikan!

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + x_3 &= 6 \\x_1 + 2x_2 - x_3 &= 2 \\2x_1 + x_2 + 2x_3 &= 10\end{aligned}$$

TERIMA KASIH