



# INTERPOLASI BEDA NEWTON

# Interpolasi Beda Newton

Polinom Newton dipakai untuk mencocokkan polinom orde ke-n sampai n+1 titik data.

Polinom orde ke-n sebagai berikut :

$$f_n(x) = b_0 + b_1(x - x_0) + \dots + b_n(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{n-1})$$

memakai interpolasi linear dan kuadrat didapat koefisien  $b_0, b_1, \dots, b_n$  sebagai berikut :

$$b_0 = f(x_0);$$

$$b_1 = f[x_1, x_0];$$

$$b_2 = f[x_2, x_1, x_0];$$

$$b_n = f[x_n, x_{n-1}, \dots, x_1, x_0];$$

Perhitungan fungsi dalam kurung siku adalah beda terbagi hingga, yaitu :

- beda-terbagi hingga pertama :

$$f[x_i, x_j] = \frac{f(x_i) - f(x_j)}{x_i - x_j}$$

# Interpolasi Beda Newton

- beda-terbagi hingga kedua :

$$f[x_i, x_j, x_k] = \frac{f[x_i, x_j] - f[x_j, x_k]}{x_i - x_k}$$

- beda-terbagi hingga ke-n :

$$f[x_n, x_{n-1}, \dots, x_1, x_0] = \frac{f[x_n, x_{n-1}, \dots, x_1] - f[x_{n-1}, x_{n-2}, \dots, x_0]}{x_n - x_0}$$

Selanjutnya disubsitusikan hasil beda-bagi tersebut untuk mendapatkan polinom interpolasi ke dalam persamaan berikut:

$$f_n(x) = f(x_0) + (x - x_0)f[x_1, x_0] + (x - x_0)(x - x_1)f[x_2, x_1, x_0] + \dots + (x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{n-1})f[x_n, x_{n-1}, \dots, x_1, x_0]$$

# Interpolasi Beda Newton

- Menghitung Beda terbagi tiga dengan bantuan tabel:

$i$	$x_i$	$y_i = f(x_i)$	pertama	kedua	ketiga
0	$x_0$	$y(x_0)$	$y[x_1, x_0]$	$y[x_2, x_1, x_0]$	$y[x_3, x_2, x_1, x_0]$
1	$x_1$	$y(x_1)$	$y[x_2, x_1]$	$y[x_3, x_2, x_1]$	
2	$x_2$	$y(x_2)$	$y[x_3, x_2]$		
3	$x_3$	$y(x_3)$			

- Pada tabel diatas dilanjutkan sampai ke- $n$  sehingga interpolasi newton menjadi:

$$f_n(x) = f(x_0) + (x - x_0)f[x_1, x_0] + (x - x_0)(x - x_1)f[x_2, x_1, x_0] + \dots + (x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{n-1})f[x_n, x_{n-1}, \dots, x_1, x_0]$$

# Interpolasi Beda Newton

## Ilustrasi :

Selesaikan  $\ln 2 = 0.69314718$  memakai polinom interpolasi beda terbagi Newton, dimana :  
 $x_0 = 1 \rightarrow f(x_0) = 0$  ;  $x_1 = 4 \rightarrow f(x_1) = 1.3862944$ ;  $x_2 = 4 \rightarrow f(x_2) = 1.6094379$ ; dan  $x_3 = 6$   
 $\rightarrow f(x_3) = 1.7919595$

## Penyelesaian:

Penyelesaian Polinom orde ke-3 adalah :

$$f_3(x) = b_0 + b_1(x - x_0) + b_2(x - x_0)(x - x_1) + b_3(x - x_0)(x - x_1)(x - x_2)$$

beda-terbagi hingga pertama:

$$f[x_1, x_0] = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} = \frac{1.3862944 - 0}{4 - 1} = 0.46209813$$

# Interpolasi Beda Newton

$$f[x_2, x_1] = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{1.6094379 - 1.3862944}{5 - 4} = 0.2231435$$

$$f[x_3, x_2] = \frac{f(x_3) - f(x_2)}{x_3 - x_2} = \frac{1.7917595 - 1.6094379}{6 - 5} = 0.1823216$$

Beda –terbagi hingga kedua:

$$f[x_2, x_1, x_0] = \frac{f(x_2, x_1) - f(x_1, x_0)}{x_2 - x_0} = \frac{0.2231435 - 0.46209813}{5 - 1} = -0.051873116$$

$$f[x_3, x_2, x_1] = \frac{f(x_3, x_2) - f(x_2, x_1)}{x_3 - x_1} = \frac{0.1823216 - 0.2231435}{6 - 4} = -0.02041095$$

# Interpolasi Beda Newton

Beda-terbagi hingga ketiga :

$$f[x_3, x_2, x_1, x_0] = \frac{f(x_3, x_2, x_1) - f(x_2, x_1, x_0)}{x_3 - x_0}$$

Selanjutnya hasil di atas disubsitusi ke formula :

$$f_3(x) = b_0 + b_1(x - x_0) + b_2(x - x_0)(x - x_1) + b_3(x - x_0)(x - x_1)(x - x_2)$$

Sehingga didapat :

$$\begin{aligned} f_3(2) &= 0 + 0.46209813(2 - 1) - 0.051873116(2 - 1)(2 - 4) + 0.0078655415(2 - 1)(2 - 4)(2 - 5) \\ &= 0 + 0.46209813(1) - 0.051873116(1)(-2) + 0.0078655415(1)(-2)(-3) \end{aligned}$$

Galat Relatifnya:

$$\varepsilon_R = \left| \frac{0,62876869 - 0,69314718}{0,69314718} \right| \times 100\% = 0,96$$

# Latihan

1. Tentukan  $\ln 6$  memakai polinom interpolasi beda terbagi Newton, dimana :

$$x_0 = 1 \rightarrow f(x_0) = 0 ;$$

$$x_1 = 5 \rightarrow f(x_1) = \ln 5 ;$$

$$x_2 = 7 \rightarrow f(x_2) = \ln 7 ;$$

$$x_3 = 10 \rightarrow f(x_3) = \ln 10 ;$$



**TERIMA KASIH**