METODE SIMPSON

Metode Simpson 1/3

Metode simpson adalah cara yang memiliki ketelitian lebih tinggi karena menggunakan polinomial orde yang lebih tinggi untuk menghubungkan titik tersebut.

Aturan simpson $\frac{1}{3}$ dihasilkan bila sebuah polinomial interpolasi orde kedua dimasukan ke dalam persamaan yang telah diintegrasikan dan manipulasi aljabar maka menghasilkan formula sebagai berikut :

Metode Simpson 1/3

$$I = \frac{h}{3}\left(f_0 + 4\sum_{i=1,3,5,(ganjil)}^{n-1} f_i + 2\sum_{i=2,4,6(genap)}^{n-2} f_i + f_n\right)$$

n = banyak interval
h = langkah/panjang interval
a = batasan bawah integral
b = batasan atas integral, maka didapatkan persamaan :

$$h = \frac{b-a}{n}$$

Metode Simpson 1/3

Metode simpson 1/3 mensyaratkan jumlah interval n harus genap., hal ini berbeda dengan kaidah trapezium yang tidak mempunyai persyaratan untuk jumlah interval.

Metode Simpson 1/3

Ilustrasi :

Hitunglah nilai dari $\int_1^3 2x^4 + 4x^2 dx$ dengan h = 0,5 menggunakan metode Simpson $\frac{1}{3}$!

Penyelesaian :

h = 0,5 $\quad h = \frac{b-a}{n} \quad 0{,}5 = \frac{3-1}{n} \quad n = 4$

a = 1, $\quad$ b = 3

Metode Simpson 1/3

Maka banyak intervalnya adalah 4

$f_0 = 2x^4 + 4x^2 = f(1,0) = 2(1,0)^4+4(1,0)^2= 6$

$f_1 = 2x^4 + 4x^2 = f(1,5) = 2(1,5)^4 + 4(1,5)^2 = 19,125$

$f_2= 2x^4 + 4x^2 = f(2,0) = 2(2,0)^4+4(2,0)^2= 48$

$f_3 = 2x^4 + 4x^2 = f(2,5) = 2(2,5)^4+4(2,5)^2= 103,125$

$f_4 = 2x^4 + 4x^2 = f(3) = 2(3)^4+4(3)^2= 198$

$$I = \frac{h}{3}(f_0 + 4f_1 + 2f_2 + 4f_3 + f_4)$$

$$I = \frac{0,5}{3}(6 + 4(19,125) + 2(48) + 4(103,125) + 198$$

$$= 131,5$$

$$galat\ relatif = \left|\frac{131,47 - 131,5}{131,47}\right| .100\% = 0,000228$$

METODE SIMPSON 3/8

Metode Simpson 3/8

Metode Simpson 3/8 :

$$I = \int_0^{3h} f(x)dx = \frac{3h}{8}(f_0 + 3f_1 + 3f_2 + f_3)$$

Dengan $h = \frac{b-a}{n}$, n kelipatan 3

Atau Metode Simpson 3/8 gabungannya adalah:

$$I = \frac{3h}{8}\left(f_0 + 3\sum_{\substack{i=1 \\ i\neq 3,6,9,\ldots}}^{n-1} f_i + 2\sum_{i=3,6,9,\ldots}^{n-3} f_i + f_n\right)$$

Metode Simpson 3/8

Pada prakteknya, metode simpson 1/3 lebih disukai daripada metode simpson 3/8, karena dengan tiga titik (simpson 1/3) sudah diperoleh orde ketelitian yang sama dengan empat titik (simpson 3/8). Tetapi untuk n kelipatan 3, hanya simpson 3/8 yang dapat digunakan dan bukan simpson 1/3.

Metode simpson 1/3 hanya berlaku untuk jumlah n genap. Jika dikehendaki jumlah n ganjil maka dapat digabung kedua metode simpson, yaitu sejumlah n genap digunakan aturan simpson 1/3 dan 3 sisa n nya digunakan aturan simpson 3/8.

Metode Simpson 3/8

Ilustrasi :

Hitunglah nilai dari $\int_0^1 e^x dx$ dengan n = 3 menggunakan metode Simpson $\frac{3}{8}$!

Penyelesaian :

Dengan:

$$h = \frac{b-a}{n}$$

$$h = \frac{1-0}{3} = 0{,}33$$

Metode Simpson 3/8

Maka banyak intervalnya adalah

$f_0 = e^x = f(0) = e^0 = 1$

$f_1 = e^x = f(0{,}33) = e^{0{,}33} = 1{,}3909$

$f_2 = e^x = f(0{,}66) = e^{0{,}66} = 1{,}9348$

$f_3 = e^x = f(1) = e^1 = 2{,}7182$

sehingga

$$I = \frac{3h}{8}(f_0 + 3f_1 + 3f_2 + f_3)$$

$$I = \frac{2{,}4}{8}(1 + 3(1{,}3909) + 3(1{,}9348) + 2{,}7182) = 9{,}22215$$

Latihan

1. Hitunglah nilai dari $\int_0^1 e^{-x^2} dx$ dengan n = 12 menggunakan metode Simpson $\frac{3}{8}$!
2. Diketahui $f(x) = x^2 \cos(x^2)\,, 1.5 < x < 2.5, dan\ h = 0.1.$

   Hitunglah $\int_{1.5}^{2.5} f(x) dx$ dengan simpson 1/3

TERIMA KASIH